1.- FUNCIONES CUYA GRÁFICA ES UNA RECTA

Funciones lineales

Son aquellas cuya fórmula es del tipo $y = mx$, siendo $m \neq 0$.

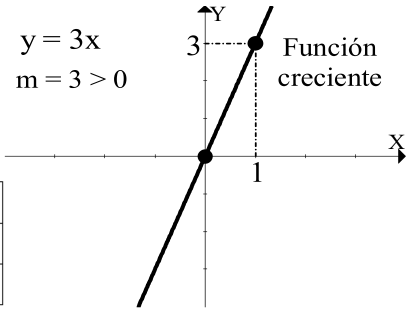
- El coeficiente de x, la m, se llama pendiente de la recta y nos indica la inclinación de la recta.

- Si la pendiente es positiva, la función es creciente, si es negativa decreciente y si es 0 es constante.

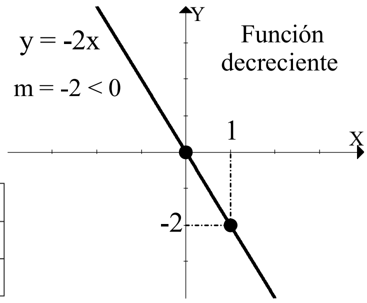
- La gráfica de estas funciones es una recta que pasa por el origen de coordenadas O(0,0)

Por ejemplo: $y = 3x$, $y = -2x$ son funciones lineales.

x	y = 3x
0	0
1	3



x	y = – 2x
0	0
1	– 2



Funciones afines

Son aquellas cuya fórmula es del tipo $y = mx + n$, siendo $m, n \neq 0$.

- El coeficiente de x, la m, se llama pendiente de la recta y nos indica la inclinación de la recta.

- Si la pendiente es positiva, la función es creciente, si es negativa decreciente y si es 0 es constante.

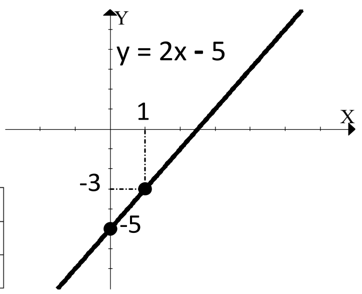
- El término independiente, la n, se llama *ordenada en el origen* y se corresponde con el punto de corte de la recta con el eje Y.

- Para calcular el punto donde corta la recta al eje X, resolvemos la ecuación $mx + n = 0$.

- La gráfica de las funciones afines es una recta que NO pasa por el origen de coordenadas.

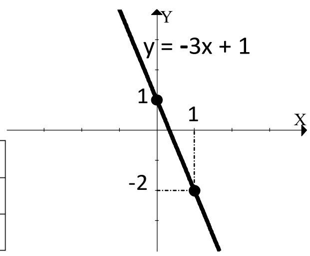
Por ejemplo: $y = 2x - 5$, $y = -3x + 1$ son funciones afines.

x	y = 2x – 5
0	– 5
1	– 3



La pendiente es 2 y la ordenada en el origen –5.

x	y = –3x + 1
0	1
1	– 2



La pendiente es –3 y la ordenada en el origen 1.

Ejercicio 1 Representa las siguientes funciones y calcula los puntos de corte con los ejes de coordenadas:

a) $y = 2x - 3$. b) La pendiente es –2 y ordenada en el origen 6 c) Pasa por P(–4, 1) y $m = 5$.

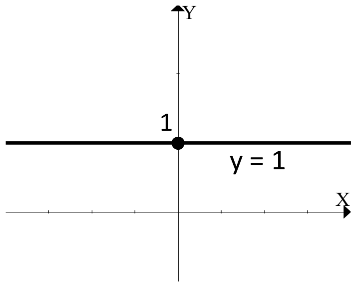
d) Es paralela a $y = -3x + 2$ y tiene la misma ordenada en el origen que la recta $y = 2x - 1$.

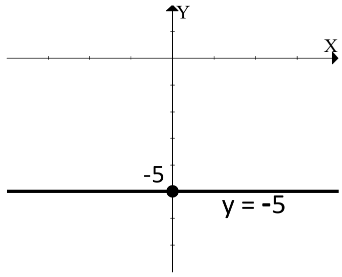
Ejercicio 2 Averigua a qué rectas pertenece el punto A(70, –105) : $y = -2x + 34$, $3x + 2y = 0$, $y = -x - 35$

Funciones constantes

Son aquellas cuya fórmula es del tipo **y = n** .
La gráfica de una función constante es una línea recta horizontal y su pendiente es cero.

Ejemplos





Ejercicio 3 Dibuja la recta paralela al eje X que pasa por el punto (–3, –7) y escribe su ecuación.

Ecuación general de una recta

La ecuación general o implícita de una recta es del tipo **ax + by = c**, es decir una ecuación lineal con dos incógnitas.

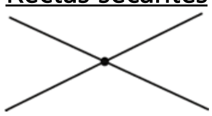
Toda ecuación lineal con dos incógnitas da lugar a una función del tipo **y = mx + n** (llamada ecuación explícita de la recta).

Por ejemplo, la ecuación 3x – 2y = 1, da lugar a la función $y = \frac{3x-1}{2}$, que corresponde a la función afín $y = \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}$, cuya pendiente es $\frac{3}{2}$ y ordenada en el origen $\frac{-1}{2}$.

Resolución gráfica de un sistema de ecuaciones lineales

Si tenemos un sistema de ecuaciones, como cada ecuación se representa por una recta se pueden dar los siguientes casos:

Rectas secantes

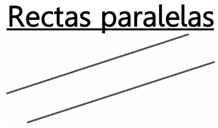


Este caso se da cuando las rectas tienen distinta pendiente

El sistema de ecuaciones tiene solución única.
Gráficamente, la solución del sistema corresponde al punto de corte de las rectas.
Es un sistema compatible determinado (SCD)

Ejemplo: $\begin{cases} y = 5x + 3 \\ y = 4x - 1 \end{cases}$

Rectas paralelas

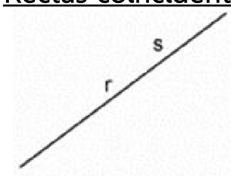


Este caso se da cuando las rectas tienen igual pendiente pero distinta ordenada en el origen

El sistema de ecuaciones NO tiene solución
Es un sistema incompatible (SI)

Ejemplo: $\begin{cases} y = 3x - 2 \\ y = 3x \end{cases}$

Rectas coincidentes



Este caso se da cuando las rectas tienen igual pendiente y ordenada en el origen

El sistema de ecuaciones tiene infinitas soluciones
Es un sistema compatible indeterminado (SCI)

Ejemplo: $\begin{cases} y = -2x + 1 \\ y = -2x + 1 \end{cases}$

Resolver un sistema de ecuaciones gráficamente consiste en dibujar las rectas, determinar de qué tipo es el sistema y, en caso de que sea compatible determinado, hallar la solución.

Ejercicio 4 Resuelve por el método gráfico: a) $\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ -4x + 6y = -2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + y = 9 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 3x - y = 0 \\ 6x - 2y = 2 \end{cases}$

Cálculo de la pendiente de una recta

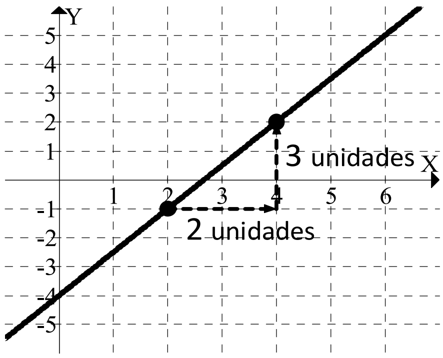
Para calcular la pendiente de una recta se pueden usar dos métodos:

- *Método algebraico*: Se determinan dos puntos de la recta, $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ y se usa la fórmula:

$$\boxed{\text{Pendiente de la recta} = m = \frac{\text{Variación de y}}{\text{Variación de x}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}}$$

Por ejemplo, la pendiente de la recta que pasa por los puntos A(2, – 1) y B(4, 2) es $m = \frac{2-(-1)}{4-2} = \frac{3}{2}$.

- *Método gráfico*:



La pendiente de la recta es $m = \frac{\text{Variación de y}}{\text{Variación de x}} = \frac{3}{2}$

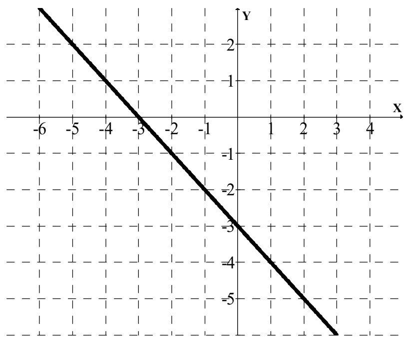
Ecuación de la recta en la forma punto-pendiente

Si conocemos un punto de la recta $P(x_0, y_0)$ y la pendiente "m" podemos calcular la ecuación de la recta mediante la fórmula: $\boxed{y = m(x - x_0) + y_0}$ llamada ecuación de la recta en forma punto-pendiente.

Por ejemplo, si la recta pasa por el punto P(–3,5) y la pendiente es – 2, la ecuación de la recta es:

$y = -2(x + 3) + 5 \rightarrow y = -2x - 6 + 5 \rightarrow y = -2x - 1$. En forma general o implícita es: $2x + y = -1$.

Ejercicio 5 Dada la recta



a) Calcula su pendiente. b) Halla sus ecuaciones c) Averigua si la recta pasa por P(500, –325).

Ejercicio 6 La altura inicial de un líquido contenido en una probeta es 12 cm.
Es muy volátil y al evaporarse baja el nivel a razón de 2 cm cada 3 días.

a) Haz una tabla de valores. b) Calcula la pendiente y explica su significado.

c) Indica cuál es la ordenada en el origen y explica su significado.

d) Determina la ecuación explícita de la recta. e) Representa gráficamente la función.

f) Calcula el punto de corte con el eje X y explica su significado.

g) Halla la altura del líquido a los 10 días h) Determina cuándo la altura del líquido es de 4 cm.

Ejercicio 7 El precio por establecimiento de llamada en cierta tarifa telefónica es de 0,12 €.
Si hablamos durante 5 minutos, la llamada nos cuesta 0,87 € en total. Halla la fórmula de la función que nos da el precio total de la llamada según los minutos que estemos hablando.

Tarea:

1 Supongamos que el tren AVE llevara una velocidad constante.
La siguiente tabla nos da el espacio que recorre en función del tiempo.

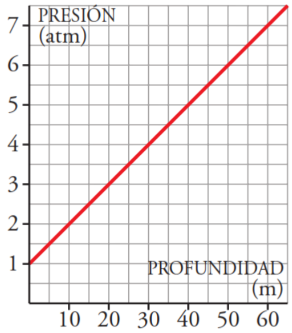
x = tiempo (en h)	0	0,5	1	1,5	2	...
y = espacio (en km)	0	120	240	360	480	...

b) Haz la gráfica. b) Calcula la pendiente y explica su significado. c) Halla la ecuación de la recta.

2 Un sastre, por hacer un disfraz, cobra 10 € fijos y luego 4 € por cada metro de tela que utiliza.
a) Haz una tabla con los valores x= 0 , 2 y 4. b) Dibuja la gráfica. c) Halla la ecuación de la recta
d) Usa la ecuación para calcular cuántos metros de tela ha usado, si nos ha cobrado 58 €.

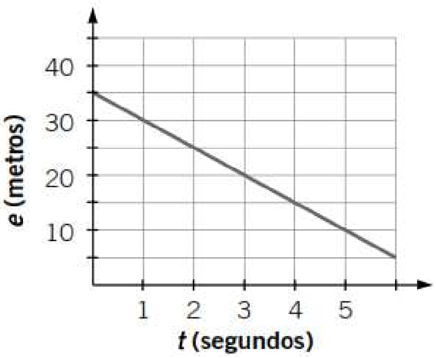
3 Un depósito tiene 45 litros de agua y se vacía con un desagüe a razón de 2 litros por minuto.
a) Haz una tabla con los valores x= 0 , 5 y 10. b) Dibuja la gráfica. c) Halla la fórmula de la función
d) Usa la fórmula para calcular cuánto tarda en vaciarse.

4 La presión aumenta con la profundidad según la gráfica:



a) Halla la fórmula de la función. b) Determina la presión a una profundidad de medio kilómetro
c) ¿A qué profundidad hay una presión de 21 atmósferas?

5 En la siguiente gráfica, determina:



a) La pendiente y la ordenada en el origen. b) La fórmula de la función.
c) A partir de qué momento el espacio es menor de 15 metros.

Actividades del libro: 12, 17, 27, 34 y 48 a)

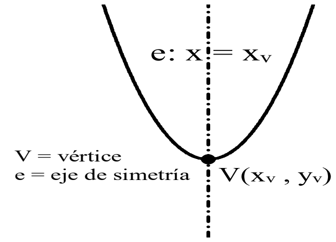
2.- FUNCIONES CUADRÁTICAS

Las funciones cuadráticas son aquellas cuya fórmula viene dada por un polinomio de 2º grado.

Estas funciones se pueden expresar de la forma $y = ax^2 + bx + c$, siendo $a \neq 0$

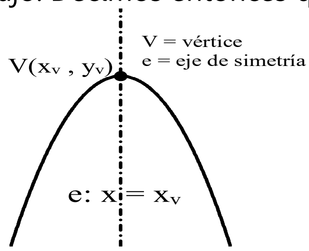
Su gráfica es una parábola

- Si a > 0, la parábola tiene las ramas hacía arriba. Decimos entonces que la función es <u>convexa</u>



El vértice V es un mínimo de la función

- Si a < 0, la parábola tiene las ramas hacía abajo. Decimos entonces que la función es <u>cóncava</u>



El vértice V es un máximo de la función

- Para calcular el punto donde corta la parábola al eje X, resolvemos la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$.
Si la ecuación no tuviese solución, entonces la parábola no corta al eje X
- El punto donde corta la parábola al eje Y es (0, c)
- El ***vértice*** de la parábola, $V(x_v , y_v)$, se calcula con las fórmulas: $\boxed{\begin{array}{l} x_v = \dfrac{-b}{2a} \\ y_v = f(x_v) \end{array}}$, $f(x_v)$ es la imagen de x_v

PARA DIBUJAR UNA PARÁBOLA ES IMPRESCINDIBLE REPRESENTAR EL VÉRTICE Y AL MENOS UN PUNTO A LA DERECHA Y OTRO A LA IZQUIERDA DEL VÉRTICE

$\boxed{\text{Ejercicio 8}}$ Elabora la gráfica de las siguientes funciones cuadráticas:
a) $y = x^2 + 2x + 3$ b) $y = 6x – 3x^2$ c) $y = –2x^2$ d) $y = – x^2 + 2x – 1$ e) $y = x^2 + 3$

$\boxed{\text{Ejercicio 9}}$ La temperatura y, en ºC, que adquiere una pieza sometida a un proceso viene dada en función del tiempo x, en horas, por la expresión: $y = 40x −10x^2$
a) Indica si la función es convexa o cóncava. b) Calcula el vértice de la parábola.
c) Determina la temperatura máxima que alcanza la pieza y en qué momento se alcanza.
d) Halla los puntos de corte con los ejes de coordenadas y dibuja su gráfica.
e) Determina en qué momentos la temperatura de la pieza es de 0 ºC.

<u>Tarea</u>:

$\boxed{6}$ Elabora la gráfica de las siguientes funciones cuadráticas:
a) $y = x^2 + 2x – 3$ b) $y = x^2 + 1$ c) $y = –3x^2$ d) $y = x^2 – 4x + 5$ e) $y = –x^2 + 4x + 5$

$\boxed{7}$ Un agricultor comprueba que si el precio al que vende cada caja de fresas es "x" euros, su beneficio diario, en euros, será: $f(x) = –10x^2 + 100x – 210$.
a) Dibuja la gráfica de la función.
b) Calcula el precio al que debe vender cada caja de fresas para que el beneficio sea máximo y a cuánto asciende ese beneficio máximo.

$\boxed{8}$ Se lanza una pelota desde al suelo hacía arriba. Se sabe que la altura que alcanza viene dada por la fórmula $f(x) = –5x^2 + 20x$, siendo x el tiempo en segundos y f(x) la altura en metros.
a) Dibuja la gráfica b) Halla la altura máxima que alcanza la pelota y el tiempo que tarda en alcanzarla.

<u>Actividades del libro</u>: 22 y 55