

1.- CONCEPTO DE FUNCIÓN

Definición de función

Una función es una forma de hacerle corresponder a un número cualquiera "x" otro número "y".

Lo que vale la "y" depende de lo que vale la "x".

La "y" se llama variable dependiente y la "x" variable independiente.

Ejemplos de formas de expresar una función

Con una fórmula	Con un enunciado
La fórmula $y = 3x + 7$ representa una función, pues a un valor determinado de "x" le corresponde un sólo valor de "y". Por ejemplo, para $x = 4 \rightarrow y = 3 \cdot 4 + 7 = 19$. Se dice que 4 es el original y 19 es la imagen de 4.	En una tienda el jamón está a 9 €/kg. El precio que tengo que pagar depende de la cantidad de kilogramos que compre. En este ejemplo, "x" es la cantidad de kg que compramos e "y" es el precio que pagamos.

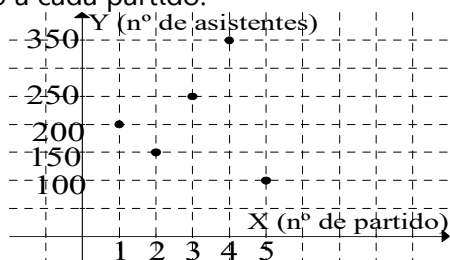
Con una tabla

Tras nacer un bebé se han anotado sus pesos hasta el tercer mes en una tabla dando los siguientes resultados:

x = tiempo (meses)	0	1	2	3
y = peso (kg)	3,75	4,25	5,60	6,40

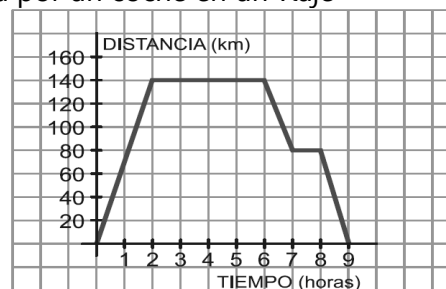
Con una gráfica

En un pueblo se juegan 5 partidos de fútbol. La siguiente gráfica representa la asistencia de público a cada partido.



La "x" toma valores aislados y por eso la gráfica está formada sólo por puntos aislados.

La siguiente gráfica corresponde a la distancia recorrida por un coche en un viaje



En este ejemplo, "x" es el tiempo e "y" es la distancia. La "x" puede tomar cualquier valor

Ejercicio 1 Un médico dispone de una hora diaria para consulta. El tiempo que podría dedicar, por término medio, a cada enfermo depende del número que acudan según la siguiente tabla:

Nº de enfermos	1	2	3	4	5
Tiempo (minutos)	60	30	20	15	12

- Representa los datos de la tabla graduando convenientemente los ejes de coordenadas.
- ¿Tiene sentido unir los puntos de la gráfica? ¿Por qué?

Ejercicio 2 Dibuja una gráfica tiempo-temperatura que se ajuste al siguiente enunciado: Pedro saca hielo del congelador a -6°C . En 20 minutos, su temperatura alcanza los 0°C . Esta temperatura se mantiene durante 10 minutos. Después tarda media hora hasta llegar a 12°C .

Domínio de definición de una función

El dominio de definición de una función f es el conjunto de todos los valores que puede tomar la variable "x".

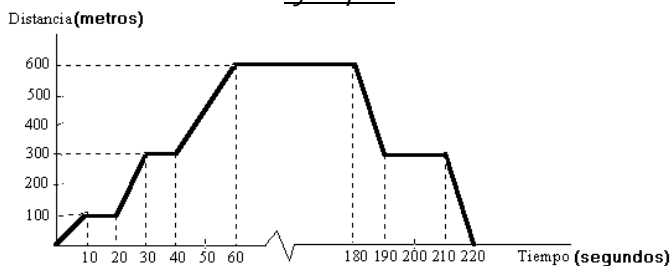
Se representa por **D(f)**.

Recorrido o imagen de una función

El recorrido o imagen de una función f es el conjunto de todos los valores que puede tomar la variable "y".

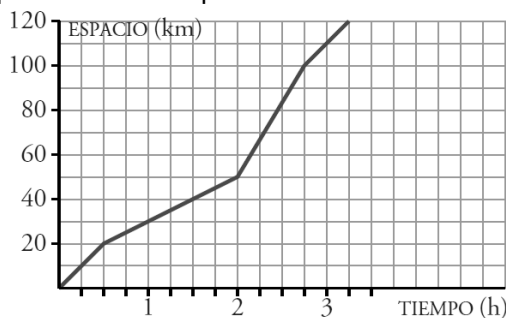
Se representa por **Rec(f)** ó también por **Im(f)**.

Ejemplo:



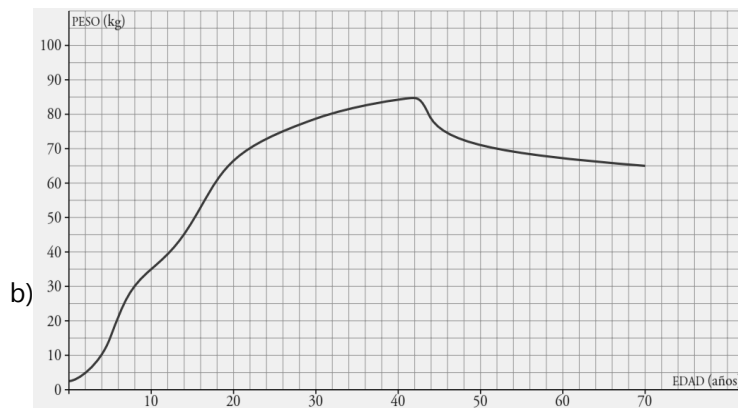
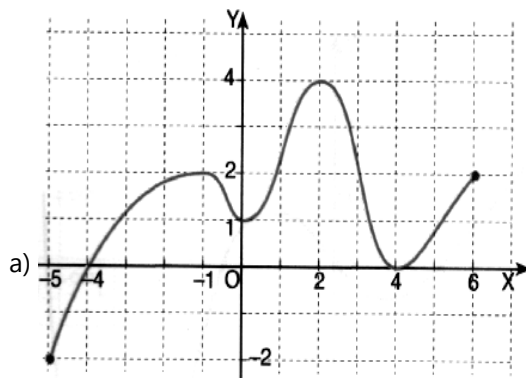
Si llamamos f a esta función: $D(f) = [0, 220]$, $Rec(f) = [0, 600]$

Ejercicio 3 Esta es la gráfica del espacio recorrido por un corredor en una etapa de carrera ciclista:



- a) ¿Qué escala se utiliza en cada eje?
- b) ¿Cuántos kilómetros tiene la etapa?
- c) ¿Cuánto tiempo tardó en recorrer la etapa?
- d) ¿Qué distancia había recorrido a las 2 horas de empezar?
- e) ¿Cuánto tiempo tardó en recorrer los 100 primeros kilómetros?
- f) Calcula la velocidad que llevaba el ciclista durante la primera media hora.
- g) ¿Cuál fue la velocidad media en la etapa?
- h) Indica cuál es el dominio y el recorrido.

Ejercicio 4 Calcula el dominio y el recorrido de las siguientes funciones:



Tarea:

1 Esta tabla representa la temperatura de una taza de café durante los 30 minutos que tarda en enfriarse:

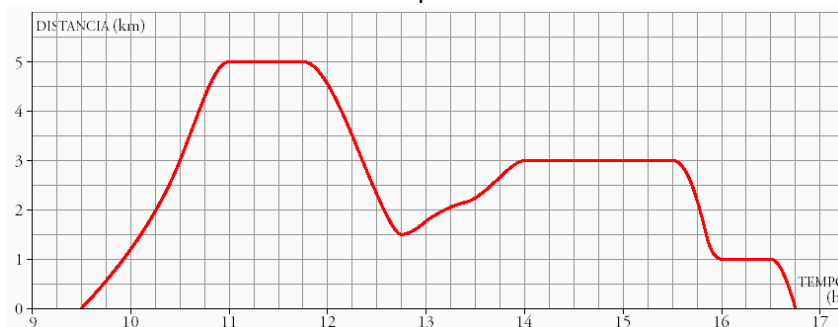
Tiempo (minutos)	0	5	10	15	20	25	30
Temperatura (°C)	90	79	70	62	55	49	44

- a) Representa los datos usando los ejes de coordenadas y eligiendo la escala adecuada en cada eje.
- b) ¿Tendría sentido unir los puntos? Si es así, únelos.

2 Un científico estuvo observando la temperatura del líquido contenido en un recipiente: "Al principio la temperatura era de 10 °C, al cabo de 20 minutos ya era de 40 °C y se mantuvo constante durante 10 minutos; después, en 30 minutos, bajó hasta los 5 °C bajo cero".

Representa la gráfica tiempo-temperatura graduando los ejes convenientemente.

3 La gráfica siguiente nos muestra la distancia de una persona a su casa cuando da un paseo.

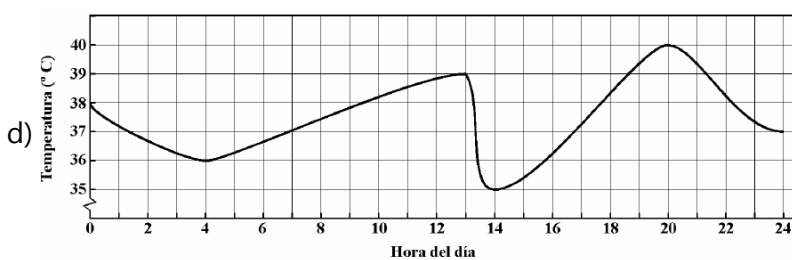
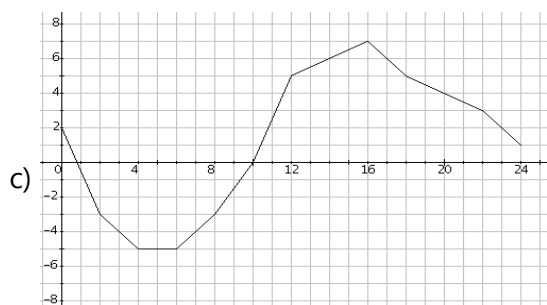
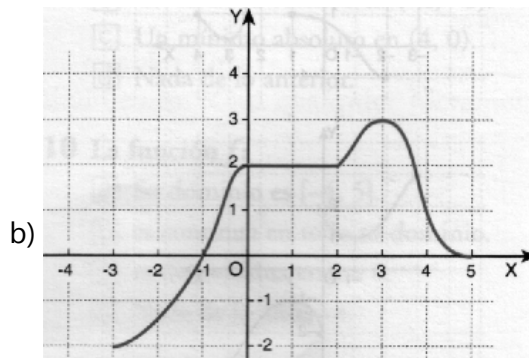


- a) ¿Qué distancia total recorrió? b) ¿Cuánto tiempo tardó? c) ¿Cuánto tiempo descansó?
 d) ¿A qué hora llegó a casa? e) Indica el dominio y recorrido de la función.

4 Un ciclista sale de excursión a un lugar que dista 20 km de su casa. A los 15 minutos de la salida, cuando se encuentra a 6 km, hace una parada de 10 minutos. Reanuda la marcha y llega a su destino una hora después de haber salido de casa.

- a) Representa la gráfica tiempo-distancia. b) Calcula la velocidad media en los primeros 15 minutos.
 c) Halla la velocidad media en los 20 km. d) Calcula el dominio y el recorrido de la función.

5 Calcula el dominio y el recorrido de las siguientes funciones (suponemos los extremos de la gráfica incluidos en la misma):



Actividades del libro: 9, 47 y 52

2.- CARACTERÍSTICAS DE UNA FUNCIÓN

Funciones continuas y discontinuas

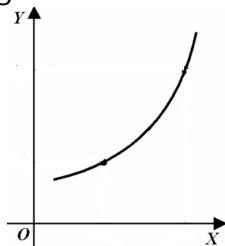
Una función es continua cuando su gráfica no tiene "roturas" y, por tanto, se puede dibujar de un solo trazo.

Esta gráfica corresponde a una función continua

Esta gráfica corresponde a una función discontinua.
 Los puntos de discontinuidad son $x = 0$, $x = 3$

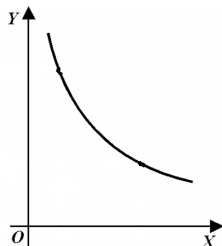
Funciones crecientes

Una función es creciente si su gráfica es ascendente.



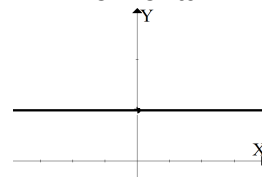
Funciones decrecientes

Una función es decreciente si su gráfica es descendente.



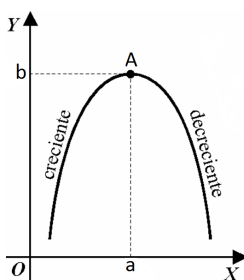
Funciones constantes

Son las funciones que no son crecientes ni decrecientes. La gráfica es una línea recta horizontal



Máximo de una función

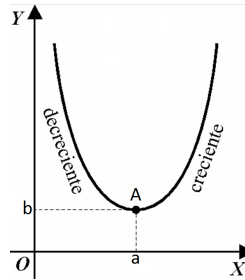
Una función continua tiene un máximo en el punto $A(a, b)$ si en dicho punto la gráfica pasa de creciente a decreciente.



A es un máximo de la función

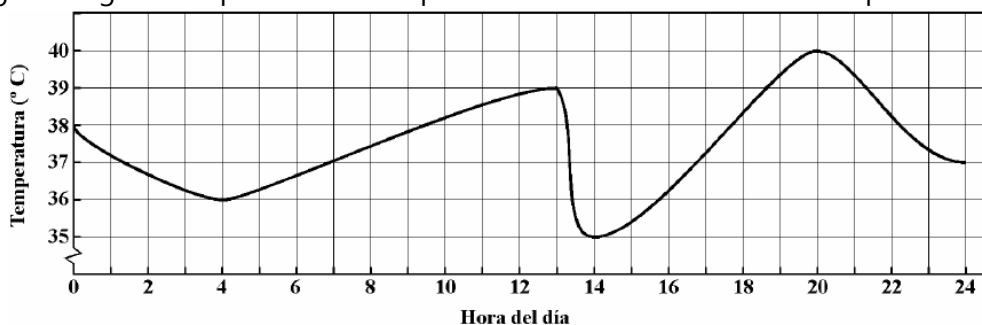
Mínimo de una función

Una función continua tiene un mínimo en el punto $A(a, b)$ si en dicho punto la gráfica pasa de decreciente a creciente.



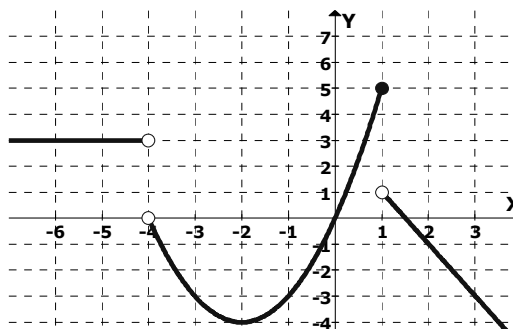
A es un mínimo de la función

Ejercicio 5 La siguiente gráfica representa la temperatura de un enfermo de un hospital a lo largo de un día:



(Suponemos los extremos de la gráfica incluidos en la misma)

- ¿Cuál es el dominio y recorrido de la función?
- ¿En qué intervalo de tiempo la temperatura fue menor de $36\text{ }^{\circ}\text{C}$?
- ¿Para qué valores de x la función alcanza valores máximos?
- ¿Para qué valores de x la función alcanza valores mínimos?
- ¿En qué intervalos de tiempo la función es creciente?



Ejercicio 6 Si f es la función dada por la gráfica

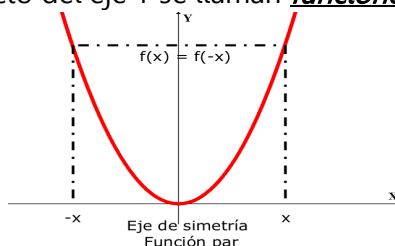
, determina:

- $f(2)$
- $f(1)$
- $f(-4)$
- Los números que tienen imagen igual a -3 ?
- $D(f)$.
- $\text{Rec}(f)$.
- Los puntos de discontinuidad.
- Los intervalos de crecimiento y de decrecimiento.
- Los máximos ó mínimos.
- El intervalo del eje X para el que la función es constante.

Simetría de una función

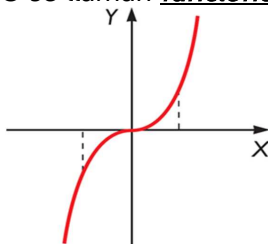
Una función es simétrica respecto de un eje vertical si al doblar la gráfica por dicho eje coincide la parte que hay a la derecha del eje con la de la izquierda.

Las funciones simétricas respecto del eje Y se llaman **funciones pares** y cumplen $f(-x) = f(x)$



Una función es simétrica respecto del origen de coordenadas $O(0, 0)$ si al doblar la gráfica por el eje X se obtiene una gráfica simétrica respecto del eje Y.

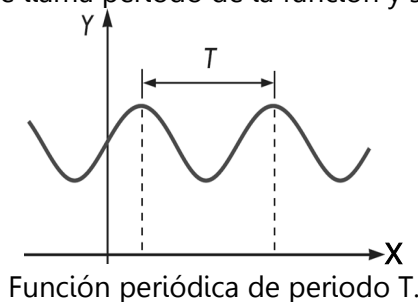
Las funciones simétricas respecto del origen O se llaman **funciones impares** y cumplen $f(-x) = -f(x)$



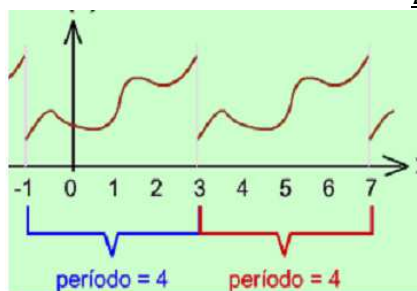
Periodicidad de una función

Una función es periódica si su gráfica se va repitiendo cada cierto intervalo del eje X.

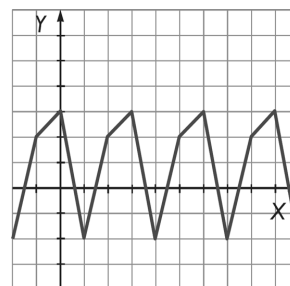
La longitud del intervalo se llama periodo de la función y se representa con la letra T.



Ejemplos:



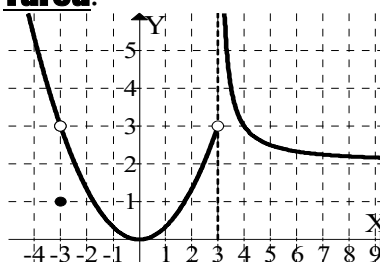
Función periódica de periodo $T = 4$.



Función periódica de periodo $T = 3$.

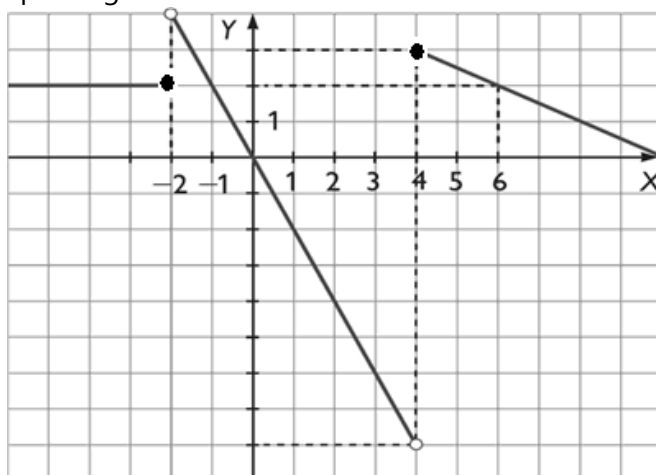
Tarea:

6 Para la función f dada por la siguiente gráfica:



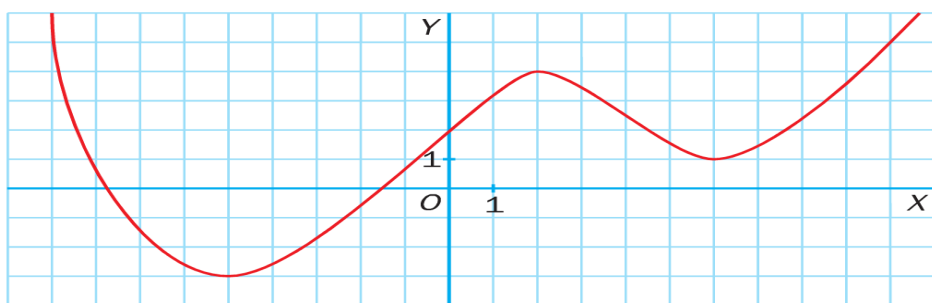
- a) Indica en qué intervalo la función es creciente.
- b) Halla $D(f)$ y $Rec(f)$.
- c) Calcula $f(-3)$.
- d) ¿Qué número tiene imagen igual a 3?
- e) Indica los valores de x para los que se produce la discontinuidad de f .

7 Considera la función f dada por la gráfica:



- a) Indica en qué intervalo la función es constante. b) Halla $D(f)$ y $Rec(f)$. c) Calcula $f(4)$.
 d) ¿Qué número tiene imagen igual a -2 ?
 e) Indica los valores de x para los que se produce la discontinuidad de f .

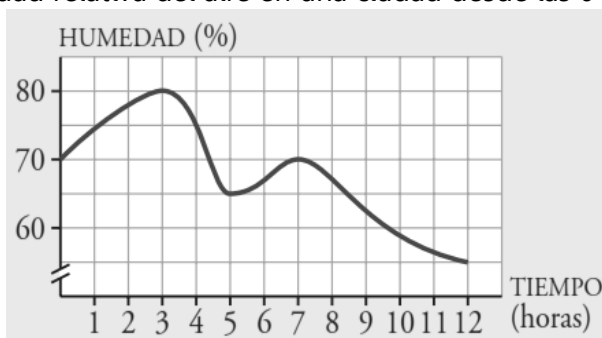
8 Indica dónde crece o decrece la siguiente función y la posición de sus máximos y mínimos.



Para la función f anterior indica:

- a) El punto de corte con el eje de ordenadas. b) $f(1)$ c) Los números de imagen igual a 3.

9 Esta gráfica muestra la humedad relativa del aire en una ciudad desde las 0 h a las 12 h.



- a) ¿A qué horas la humedad es del 75%? b) ¿Cuál es la humedad a las 12 h?
 c) ¿En qué intervalos de tiempo crece la humedad?
 d) Indica los máximos y el mínimo relativo de la función. e) Halla el dominio y el recorrido.

Actividades del libro: 17 a), 19, 33, 36 a), 43 y 46