

1.- Sucesiones

Ejercicio 1 Calcula: a) Los tres primeros términos de la sucesión $a_n = \frac{3n^2 - 4}{2n + 1}$

b) El término que ocupa el lugar 100 en la sucesión $b_n = 7n - 24$

c) El vigésimo término de la sucesión $c_n = -5 \cdot 2^{n-23}$

Ejercicio 2 Escribe los siguientes tres términos de las sucesiones:

a) 7, 4, 1, -2, ...

b) 64, -16, ...

c) $\frac{1}{5}, \frac{4}{10}, \frac{9}{20}, \frac{16}{40}, \dots$

Ejercicio 3 Calcula el término general de las siguientes sucesiones y los primeros 4 términos:

a) A cada número le corresponde la mitad de su cuadrado menos 3 unidades

b) El primer término es 2 y cada uno de los siguientes es el triple del anterior menos 5

Ejercicio 4 Dada la sucesión recurrente: $a_1 = -1, a_2 = 3, a_n = 2a_{n-1} + 5a_{n-2}$, calcula a_3 y a_4

Tarea:

1 En las siguientes sucesiones di cuál es la regla de formación de los términos y calcula tres términos más:

a) 3, 8, 13, 18, ...

b) 10, 4, -2, ...

c) 64, 32, 16, ...

d) 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, ...

e) 2, -3, -1, -4, -5, ...

f) 1, 9, 2, 12, 23, ...

2 Halla los 5 primeros términos de las siguientes sucesiones

a) $a_1 = 2, a_2 = 5$ y la fórmula de recurrencia es $a_n = a_{n-1} + 3a_{n-2}$

b) $b_1 = 7$ y la fórmula de recurrencia es $b_n = 2b_{n-1} - n$

Soluciones: **1** a) 23, 28, 33 b) -8, -14, -20 c) 8, 4, 2 d) 64, 81, 100 e) -9, -14, -23 f) 37, 72, 132

2 a) 2, 5, 11, 26, 59 b) 7, 12, 21, 38, 71

Actividades del libro: 1, 3 y 33 a)

Soluciones: **1** $a_1 = -2, a_2 = -2, a_3 = 0, a_{10} = 70; b_1 = -23, b_2 = -10, b_3 = -5, b_{10} = 7,6; c_1 = 10, c_2 = 13, c_3 = 16, c_{10} = 37$

3 a) $a_n = n^3 + 2; 3, 10, 29, 66, 127$ b) $a_n = (n-1)^2; 0, 1, 4, 9, 19$ c) $a_n = 2a_{n-1} + 1; 1, 3, 7, 15, 31$ **33** a) 5, 7, 11, 19, 35, 67

2.- Progresiones aritméticas

Ejercicio 5 Calcula el término general y el trigésimo término de una p.a. en la que $a_1 = 200, d = -6$

Ejercicio 6 Un coronel manda formar a sus soldados y coloca 4 soldados en la primera fila, 7 en la segunda, 10 en la tercera, etc., hasta colocarlos a todos en filas.

¿Cuántos soldados habrá en la fila 20?

Ejercicio 7 Luis quiere ahorrar para comprarse una bici que vale 134 €. Ahora mismo dispone de 45,20 € y tiene pensado ahorrar cada día 1,50 €. ¿Dentro de cuántos días se la podrá comprar?

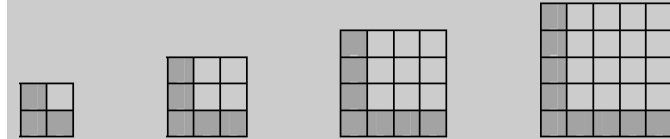
Ejercicio 8 Considera la siguiente sucesión de 4 figuras



Supongamos que la sucesión sigue hasta el infinito. ¿Cuántos puntos tiene la figura que ocupa el lugar 250?

Tarea:

- 3 Dada la sucesión de los múltiplos de 4. Calcula a_n y a_{65}
- 4 Dada la sucesión cuyo primer término es 3 y la regla de formación de los términos es restar 7. Calcula a_n y a_{28}
- 5 Enrique tenía el primer día del mes de Agosto 845 € para sus gastos. Cada día gastaba 25 €. ¿Cuánto dinero tenía el 31 de Agosto?
- 6 A continuación se muestra la construcción de las cuatro primeras figuras de una serie utilizando cuadraditos grises.



¿Cuántos cuadraditos grises harán falta para dibujar la pieza que ocupa el lugar 235?

Soluciones: 3 $a_n = 4n$ $a_{65} = 260$ 4 $a_n = 10 - 7n$ $a_{28} = -186$ 5 95 € 6 471

Actividades del libro: 11 a) b), 34, 35, 62 y autoevaluación: el 7

Soluciones: 11 a) $a_n = 108 - 8n$ b) -692 34 300 palillos 35 a) $a_n = 3n + 4$; $a_{10} = 34$ b) $b_n = 13 - 4n$; $b_{10} = -27$
 c) $c_n = 2n - 10$; $c_{10} = 10$ d) $d_n = 108 - 9n$; $d_{10} = 18$ 62 a) $a_n = 5,5n + 52,9$ b) 58,4; 63,9; 69,4; 74,9
 c) 151,90 € d) 27 meses = 2 años y 3 meses Autoevaluación: 7 a) 330, 410, 490, 570, ... b) 1850 €

3.- Suma de los términos de una progresión aritmética

Ejercicio 9 Calcula las siguientes sumas: a) Los 15 primeros múltiplos de 7
 b) Los 17 primeros números que acaban en 17 c) Los números del 1 al 500

Ejercicio 10 Para pagar una deuda a un Banco Rosa empieza pagando 60 € el primer mes y cada uno de los siguientes meses 10 € más que el mes anterior. El último mes paga 350 €.
 a) ¿Cuánto tiempo le duró la deuda? b) ¿Cuánto le debía al Banco?

Tarea:

- 7 Una esquiadora comienza la pretemporada de esquí entrenando durante 15 minutos el primer día y se ha propuesto aumentar el entrenamiento 5 minutos cada día.
 a) ¿Cuánto tiempo deberá entrenar vigésimo día?
 b) ¿Cuánto tiempo entrena en total durante los primeros 20 días?
- 8 Un estudiante de 3º de ESO se propone el día 1 de septiembre repasar matemáticas durante diez días, haciendo cada día dos ejercicios más que el día anterior. El primer día empezó haciendo un ejercicio
 a) ¿Cuántos ejercicios hace el 10 de septiembre?
 b) ¿Cuántos ejercicios hace en total?
- 9 Un coronel manda formar a sus soldados y coloca 3 soldados en la primera fila, 7 en la segunda, 11 en la tercera, etc., hasta colocarlos a todos en 36 filas. ¿Cuántos soldados hay en total?

Soluciones: 7 a) 110 min b) 1250 min 8 a) 19 b) 100 9 2628

Actividades del libro: 14 a) b), 16, 38 y autoevaluación: el 8 a) c)

Soluciones: 14 a) -354 b) 612 16 17700 € 38 a) 2325 b) 2550 Autoevaluación: 8 a) 119 b) 1830

4.- Progresiones geométricas

Ejercicio 11 Calcula el término general y el octavo término de las siguientes sucesiones:

- a) Una p.g. de primer término 600 y razón $r = 0,05$.
 b) (3, 12, 48, ...) c) (1 600 000, 40 000, 1000, 25, ...) d) (2; 2,6; 3,38; 4,394; ...)

Ejercicio 12 Se tiene una cuba de vino y cada día se saca la mitad de su contenido. El 1 de octubre había 2048 litros. ¿Qué cantidad de vino había el día del Pilar?

Ejercicio 13 A Josefina le ofrecen dos contratos de trabajo:
 Contrato A: 700 € el primer mes y le aumentarán 100 € cada mes
 Contrato B: 600 € el primer mes y le aumentarán un 15% cada mes
 a) Si sólo va a estar trabajando 4 meses, ¿qué contrato debe elegir?
 b) Si va a estar trabajando un año, ¿qué contrato le conviene?

Ejercicio 14 Una aldea tiene actualmente 1 600 habitantes. Suponiendo que la población cada año decrece el 0,8%. ¿Qué población tendrá en el 2025?

Ejercicio 15 Una pelota botando alcanza una altura de 4 m en el primer bote. En cada bote la altura es las $\frac{3}{5}$ partes que en el bote anterior. ¿Qué altura, en cm, alcanzará en el octavo bote?

Ejercicio 16 La masa de un elemento químico radiactivo va disminuyendo un 0,2% cada año. Se sabe que cuando pase un año la masa será $3 \cdot 10^4$ g. ¿Cuál será la masa cuando pasen 50 años?

Tarea:

10 Dada la sucesión cuyo primer término es 2 y la regla de formación de los términos es "multiplicar por 3". Calcula a_n y a_6

11 Dada la sucesión 256, 128, 64, Calcula a_n y el octavo término

12 Durante el primer año de vida un bebé aumenta su estatura un 5% cada mes. Si el primer mes mide 50 cm, ¿Cuántos cm medirá el último mes del año? (Redondea a las centésimas)

13 El número de bacterias que hay en un recipiente está aumentando un 12% cada hora. Si al pasar una hora hay $3,5 \cdot 10^7$ bacterias ¿Cuántas bacterias habrá al pasar 6 horas?

14 Un determinado tipo de bacterias se reproduce por bipartición cada hora. Al pasar una hora hay 3 bacterias, ¿cuántas bacterias habrá cuando pasen 10 horas?

15 Una máquina costó inicialmente 10 480 €. Al cabo de unos años se vendió a la mitad de su precio. Pasados unos años, volvió a venderse por la mitad, y así sucesivamente. ¿Cuánto le costó la máquina al quinto propietario?

Soluciones: **10** $a_n = 2 \cdot 3^{n-1}$; $a_6 = 486$ **11** $a_n = 256 \cdot 0,5^{n-1}$; $a_8 = 2$ **12** 85,52 cm **13** 61681959 **14** 1536 **15** 655 €

Actividades del libro: 20, 21, 22 y 47

Soluciones: **20** a) $a_n = 800 \cdot 0,02^{n-1}$ b) $4,19 \cdot 10^{-30}$ **21** a) $a_n = 243 \cdot (-3)^{n-1}$ b) -4782969 **22** a) 1024 b) $9 \cdot 10^{-5}$
47 a) $a_n = 7 \cdot 10^{n-1}$; $a_{10} = 7 \cdot 10^9$ b) $b_n = 3 \cdot 1,1^{n-1}$; $b_{10} = 7,07$ c) $c_n = 80 \cdot 0,5^{n-1}$; $c_{10} = 0,15625$

5.- Suma de los términos de una progresión geométrica

Ejercicio 17 Calcula la suma de los 10 primeros términos de las siguientes sucesiones:

- a) Una p.g. con $a_1 = 6$, $r = -3$ b) (0,0025; 0,005; 0,001; ...) c) (5, 20, 80, 320, ...)
- d) $\left(1, \frac{1}{4}, \frac{1}{16}, \frac{1}{64}, \dots\right)$ e) La sucesión de las potencias de 3

Ejercicio 18 En una sucesión de triángulos, cada triángulo tiene una superficie que es los $\frac{3}{4}$ del triángulo anterior. Se sabe que el área del primer triángulo es 48 cm^2 .
¿Cuánto vale la suma de las áreas de los 5 primeros triángulos?

Ejercicio 19 Ana y Roberto son dos multimillonarios y acuerdan lo siguiente:

Ana le dará a Roberto 1 000 € el primer día del mes, 1 500 € el 2º día, 2 000 € el tercer día, 2 500 € el 4º día y así hasta llegar al día 30 del mes.

Roberto, en cambio sólo le dará a Ana 1 € el primer día, 2 € el 2º día, 4 € el tercer día, 8 € el 4º día y así hasta llegar al día 30 del mes.

¿Quién obtendrá mayor cantidad de dinero?

Tarea:

16 Paco quiere comprarse un coche. En el concesionario le han propuesto pagarlo en un año con la siguiente forma de pago, bastante curiosa: debe pagar 10 € el primer mes; 20 € el segundo; 40 € el tercero; 80 € el cuarto y así sucesivamente.

- a) ¿Cuánto tendrá que pagar el último mes?
b) ¿Cuánto le cuesta el coche?

17 Un caracol anda cada vez más despacio. El primer día recorre 594 metros y cada día recorre los $\frac{2}{3}$ que el día anterior.

- a) ¿Cuántos metros, aproximadamente, recorre el cuarto día?
b) ¿Cuántos metros recorre en total en 5 días?

18 En una sucesión de diez triángulos el área de cada triángulo es la mitad que el del anterior.

El área del primer triángulo vale $2\,048 \text{ cm}^2$

¿Cuánto vale la suma de las áreas de los diez triángulos?

19 Luisa quiere comprarse un coche de segunda mano. En el concesionario le han propuesto pagarlo en un año con la siguiente forma de pago, un poco curiosa: debe pagar 3000 € el mes de Enero; 1500 € en Febrero; 750 € en Marzo y así sucesivamente. ¿Cuánto le cuesta el coche?

Soluciones: **16** a) 20480 € b) 40950 € **17** a) 176 m b) 1547 m (aprox.) **18** 4092 cm^2 **19** 5998,54 € (aprox.)

Actividades del libro: 25, 26 a) b) y 27 a)

Soluciones: **25** -1747625 **26** a) 29,524 b) 349525 **27** a) 2097150