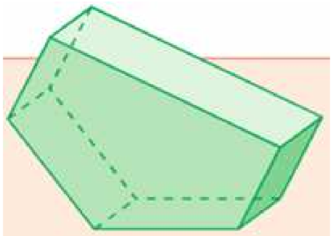
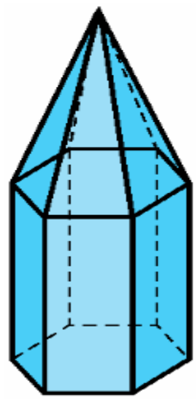
SOLUCIONES

1.- *(1 punto)* Determina el número de caras, vértices y aristas del siguiente poliedro y comprueba si se cumple o no el teorema de Euler

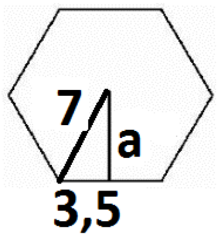


$$\underline{Sol}.\ C=7 \quad V=10 \quad A=15 \quad \begin{cases} C+V=17 \\ A+2=17 \end{cases},\ \textit{luego sí se cumple}$$

2.- Dado el siguiente cuerpo geométrico



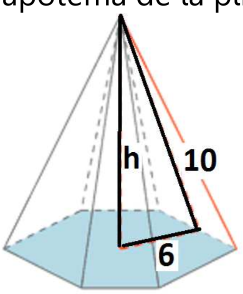
a) *(2 puntos)* Halla la apotema y el área del hexágono regular, sabiendo que tiene 7 cm de lado



$$\underline{Sol}.\ \textit{Por el teorema de Pitágoras} \begin{bmatrix} 7^2 = a^2 + 3,5^2 \\ 49 = a^2 + 12,25 \Rightarrow 49 - 12,25 = a^2 \\ a^2 = 36,75 \Rightarrow a = \sqrt{36,75} \cong \boxed{6\ cm} \end{bmatrix}$$

$$\textit{Por tanto, el área es}: A = \frac{P\ .\ a}{2} = \frac{(7\ .\ 6)\ .\ 6}{2} = \boxed{126\ cm^2}$$

b) *(2,5 puntos)* Usando el teorema de Pitágoras, calcula la altura de la pirámide, sabiendo que la apotema de la pirámide (altura de la cara lateral) mide 10 cm



$$\underline{Sol}.\ \textit{Por el teorema de Pitágoras} \begin{bmatrix} 10^2 = h^2 + 6^2 \\ 100 = h^2 + 36 \Rightarrow 100 - 36 = h^2 \\ h^2 = 64 \Rightarrow h = \sqrt{64} = \boxed{8\ cm} \end{bmatrix}$$

c) *(2 puntos)* Calcula el área y el volumen del cuerpo geométrico. Se sabe que el prisma tiene una altura de 14 cm

$\underline{Sol}.\ A(cuerpo) = A(base) + 6\ .\ A(rectángulo) + 6\ .\ A(triángulo)$

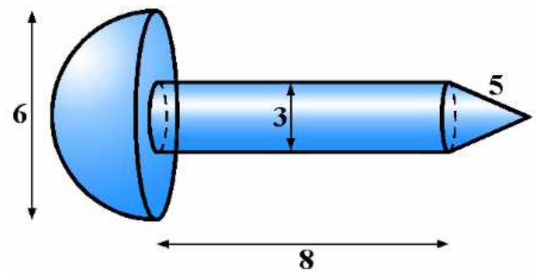
$Por\ tanto,\ el\ área\ es: 126 + 6\ .\ (7.14) + 6\ .\ \dfrac{7\ .\ 10}{2} = 126 + 588 + 210 = \boxed{924\ cm^2}$

$$\left[\begin{array}{l} V(prisma) = A_B\ h = 126\ .\ 14 = 1764 \\ V(pirámide) = \dfrac{A_B\ h}{3} = \dfrac{126\ .\ 8}{3} = 336 \end{array}\right. \Rightarrow V(cuerpo) = V(prisma) + V(pirámide)$$

$V(cuerpo) = 1764 + 336 = 2100\ cm^3 = \boxed{2{,}1\ litros}$

3.- *(2,5 puntos)* Halla el volumen, en litros, del siguiente cuerpo geométrico.
(Las medidas del dibujo están dadas en dm)

$V(cilindro) = \pi\ r^2 h \qquad V(cono) = \dfrac{\pi\ r^2 h}{3} \qquad V(esfera) = \dfrac{4\pi\ r^3}{3}$, siendo r = radio $\quad h$ = altura



$$\underline{Sol}.\left[\begin{array}{l} V(esfera) = \dfrac{4\pi\ r^3}{3} = \dfrac{4\pi\ .\ 3^3}{3} = 36\pi \Rightarrow V(semiesfera) = \dfrac{V(esfera)}{2} = \dfrac{36\pi}{2} = 18\pi \\ V(cilindro) = \pi\ r^2\ h = \pi\ 1{,}5^2\ .\ 8 = 18\pi \\ En\ el\ cono\ aplicamos\ el\ teorema\ de\ Pitágoras: 5^2 = 1{,}5^2 + h^2 \rightarrow h \cong 4{,}8 \\ V(cono) = \dfrac{\pi\ r^2 h}{3} = \dfrac{\pi\ 1{,}5^2 4{,}8}{3} = 3{,}6\pi \end{array}\right.$$

$V(cuerpo) = V(semiesfera) + V(cilindro) + V(cono) = 39{,}6\pi = 124{,}3\ dm^3 = \boxed{124{,}3\ litros}$