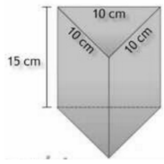
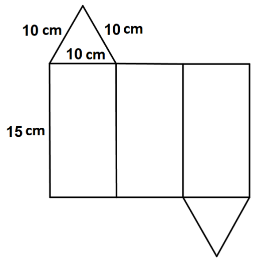
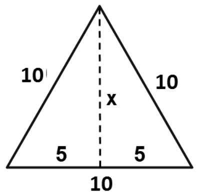
1.- POLIEDROS

1.- Calcula el área y volumen del siguiente prisma triangular regular



Solución





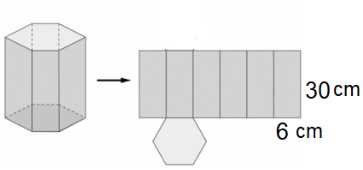
$10^2 = 5^2 + x^2 \rightarrow x \approx 8{,}66$ cm

$A_B = \dfrac{10 \,.\, 8{,}66}{2} = 43{,}3 \;\rightarrow\;$ A(prisma) = $2A_B + A_L$ = 2 . 43,3 + 3 . (10 . 15) = 86,6 + 450 = 536,6 cm^2.

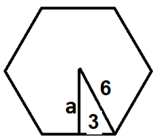
V(prisma) = A_B . h = 43,3 . 15 = 649,5 cm^3

2.- Halla el área y volumen de un recipiente con tapa con forma de prisma hexagonal regular de 30 cm de altura y 6 cm de lado de la base.

Solución



Base del prisma:



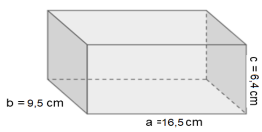
$6^2 = 3^2 + a^2 \;\rightarrow\; a \approx 5{,}2$. $A_B = \dfrac{(6.6)\,.\,5{,}2}{2} \cong 93{,}6$

A(prisma) = $A_B + A_L$ = 93,6 + 6 . (6 .30) = 1 173,6 cm^2.

V(prisma) = A_B . h = 93,6 . 30 = 2 808 cm^3

3.- Las dimensiones de un tetrabrik son 9,5 cm x 6,4 cm x 16,5 cm. Una empresa produce 2 000 tetrabrik diarios. a) ¿Cuántos m^2 de cartón necesita para fabricarlos? b) ¿Cuántos litros de leche se pueden envasar?

Solución



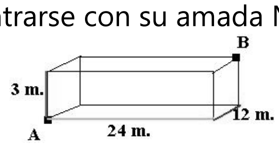
a) El área o superficie de un tetrabrik es A = 2(ab + ac + bc) = 2(16,5 . 9,5 + 16,5 . 6,4 + 9,5 . 6,4) = 646,3 cm^2

Como son 2 000, la superficie es 646,3 . 2 000 = 1 292 600 $cm^2 \xrightarrow{:10000}$ 129,26 m^2.

b) El volumen es V = abc = 16,5 . 9,5 . 6,4 = 1 003,2 cm^3 .

Como son 2 000, el volumen es 1 003,2 . 2000 = 2 006 400 $\xrightarrow{:1000}$ 2 006,4 dm^3 = 2 006,4 litros

4.- El mosquito Pepito se encuentra en la esquina A de una nave industrial que mide 24 m de largo, 12 m de ancho y 3 m de alto, cuando divisa en el vértice opuesto B a Melinda, su mosquita preferida, ¿qué distancia, en línea recta, habrá de volar Pepito para encontrarse con su amada Melinda?



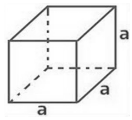
Solución

Si d = diagonal de la base, $d^2 = 12^2 + 24^2 = 720$

Si D = diagonal del cubo = AB, $D^2 = 3^2 + d^2 = 3^2 + 720 \Rightarrow D = 27$ m

5.- A una gran pecera de cristal con forma de cubo con tapa le caben 27 litros de agua. ¿Cuántos cm^2 de cristal se necesitan para construir 5 peceras iguales que la anterior?

Solución



Como $V = a^3 \rightarrow a^3 = 27\ dm^3 \rightarrow a = \sqrt[3]{27} = 3$. El área de un cubo es $A = 6a^2 = 6 . 9 = 54\ dm^2$.

Como son 5 peceras, el área es $54 . 5 = 270\ dm^2 \xrightarrow{.\ 100} 27\,000\ cm^2$.

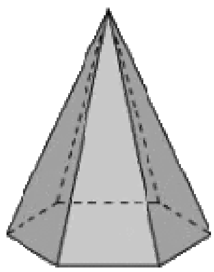
6.- En un octaedro regular cada arista mide 60 cm. ¿Cuál es el área del octaedro, en dm^2?

Solución

Cada cara del octaedro es un triángulo equilátero de lado 60 cm. Si x = altura del triángulo,

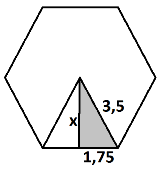
$60^2 = x^2 + 6^2 \Rightarrow x \approx 69{,}7 \Rightarrow A(\text{octaedro}) = 8. A(\text{triángulo}) = 8.\dfrac{60 . 69{,}7}{2} \cong 1672{,}8\ cm^2$

7.- Dada una pirámide hexagonal regular de 4 m de altura y 5 m de apotema, se sabe que el lado de la base mide 3,5 m. Halla:

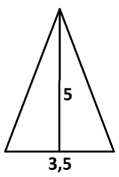


a) La apotema de la base b) El área de la base c) El área de una cara lateral d) El área de la pirámide e) El volumen de la pirámide

Solución

a) 

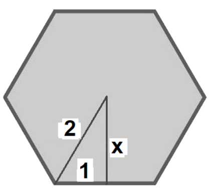
$3{,}5^2 = 1{,}75^2 + x^2$; $x = 3{,}03$ (apotema de la base) b) $A_{Base} = \dfrac{(3{,}5.6).3{,}03}{2} = 31{,}8$

c) 

$A_{\text{cara lateral}} = \dfrac{3{,}5\ .\ 5}{2} = 8{,}75$ d) $A(\text{pirám.}) = 31{,}8 + 8{,}75 . 6 = 84{,}3\ m^2$ e) $V_{\text{pirámide}} = \dfrac{A_B .h}{3} = \dfrac{31{,}8 . 4}{3} = 42{,}4\ m^3$

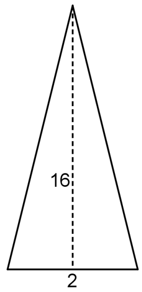
8.- Halla el área y volumen de una pieza de forma de pirámide hexagonal de 16 cm de apotema, sabiendo que la base tiene un perímetro de 12 cm.

Solución



lado base = 12 : 6 = 2. Por otra parte, usando Pitágoras: $2^2 = x^2 + 1^2 \Rightarrow x \cong 1{,}73$

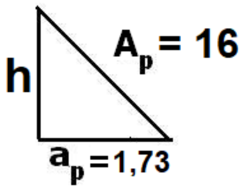
$A_B = \dfrac{12\,.\,1{,}73}{2} \cong 10{,}38$



$A_L = 6.A(\text{triángulo}) = 6.\dfrac{2\,.\,16}{2} = 96$

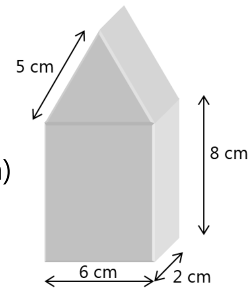
$$A(\text{pirámide}) = A_B + A_L = 10{,}38 + 96 = 106{,}38\ cm^2$$

Por otra parte, aplicamos el teorema de Pitágoras para hallar la altura de la pirámide, h

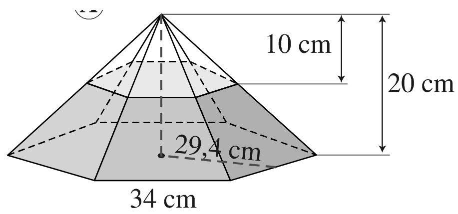


$16^2 = 1{,}73^2 + h^2 \Rightarrow h \cong 15{,}91\,.\quad \Rightarrow\quad V = \dfrac{A_B\,.h}{3} = \dfrac{10{,}38.15{,}91}{3} \cong 55{,}05\ cm^3$

9.- Calcula el volumen: a)



b)



Solución

a) El cuerpo está formado por un prisma y un ortoedro.

Para el prisma, las bases son triángulos. Sea x = altura del triángulo $\Rightarrow 5^2 = x^2 + 3^2 \Rightarrow x = 4$

V(cuerpo) = V(prisma) + V(ortoedro) = A(base). altura + largo.ancho.alto = $\dfrac{6.4}{2}.2 + 8.6.2 = 120\ cm^3$.

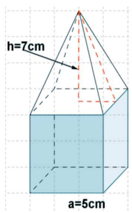
b) $V(\text{tronco de pirámide}) = \dfrac{(A + A' + \sqrt{AA'})h}{3}$; A = área del hexágono mayor = $\dfrac{(34.6).29{,}4}{2} = 2998{,}8$

Para hallar A´= área del hexágono menor observamos que las medidas de la pirámide pequeña son la mitad que las de la grande, pues la altura es la mitad y son semejantes $\Rightarrow A' = \dfrac{(17.6).14{,}7}{2} = 749{,}7$

$h = 20 - 10 = 10 \Rightarrow V(\text{tronco de pirámide}) = \dfrac{(2998{,}8 + 747{,}7 + \sqrt{2998{,}8.747{,}7}).10}{3} = 17479{,}66\ cm^3$

10.- Halla el área y volumen del cuerpo geométrico formado por un prisma cuadrangular regular de 8 cm de altura en el que está apoyada una pirámide 7 cm de altura, siendo la base un cuadrado de 5 cm de lado.

Solución



Pitágoras: $A_p^2 = 7^2 + 2{,}5^2 \Rightarrow A_p \cong 7{,}43$ $\quad A(\text{cuerpo}) = 5A(\text{cuadrado}) + 3A(\text{triángulo}) = 5.5^2 + 3.\dfrac{5.7{,}43}{2} \cong 143{,}6\ cm^2$

$V(\text{cuerpo}) = V(\text{prisma}) + V(\text{pirámide}) = 5^2.8 + \dfrac{5^2.7}{3} \cong 258{,}3\ cm^3$

Actividades del libro unidad 9. 41 (pág. 207), 61 (pág. 208), 68 (pág. 209), y autoevaluación 5 (pág. 211)

41. El volumen de un tetraedro regular es de 500 cm³. Calcula su área total.

Solución

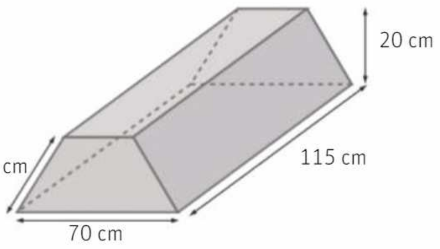
$$V=\frac{a^3\sqrt{2}}{12}=500\Rightarrow a=\sqrt[3]{\frac{12.500}{\sqrt{2}}}\cong 16{,}189\Rightarrow A=a^2\sqrt{3}=16{,}189^2\sqrt{3}\cong 454\ cm^2$$

61. Para construir una caja sin tapa se corta un cuadrado de 5 cm de lado en cada una de las esquinas de una cartulina de dimensiones 50 cm × 30 cm. ¿Cuál es el volumen de la caja?

Solución

V(caja) = (50 – 10) . (30 – 10) . 5 = 40 . 20 . 5 = 4000 cm^3.

68. La viga de la figura está elaborada con un metal de 9 g/cm³ de densidad.



Calcula la masa total de la viga.

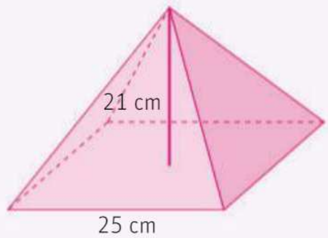
Solución

Llamamos x a la base menor del trapecio: $\Rightarrow\ x=70-2\cdot\sqrt{25^2-20^2}=70-2\cdot 15=40$ cm

$$V_T=\frac{70+40}{2}\cdot 20\cdot 115=126\,500\ cm^3$$

Masa = densidad · volumen = 9 · 126 500 = 1 138 500 g = 1138,5 kg

5. Calcula el área lateral, el área total y el volumen de esta pirámide recta de base cuadrada. Dibuja su desarrollo plano.

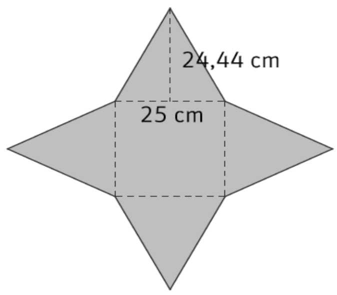


Solución

Aplicando el teorema de Pitágoras, calculamos la apotema de la pirámide:

$$a_p=\sqrt{21^2+12{,}5^2}=24{,}44\ cm$$

Su desarrollo plano es el siguiente:



$$A_L=4\cdot\frac{25\cdot 24{,}44}{2}=1222\ cm^2\Rightarrow A_T=A_L+A_B=1222+25^2=1847\ cm^2$$

$$V=\frac{A_B\cdot h}{3}=\frac{25^2\cdot 21}{3}=4375\ cm^3$$

2.- CUERPOS REDONDOS

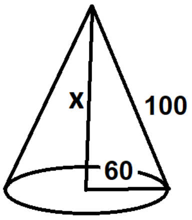
1.- Una empresa de carburantes posee un tanque de almacenamiento cilíndrico de 50 m de diámetro y 40 m de altura. Halla la superficie y el volumen del tanque.

Solución

$$A(\text{cilindro}) = 2\pi r(r+h) = 2\pi .25(25+40) \cong 10210{,}2 \text{ m}^2 \qquad V(\text{cilindro}) = \pi r^2 h = \pi .25^2.40 \cong 78539{,}82 \text{ cm}^3$$

2.- Halla la superficie y los litros de agua que le caben a un recipiente cónico con tapa de 120 cm de diámetro y 100 cm de generatriz.

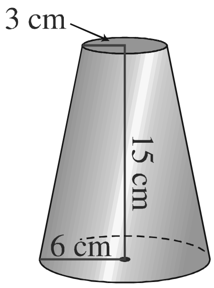
Solución



$100^2 = 60^2 + x^2 \rightarrow x = 80.$ $\qquad A(\text{cono}) = \pi r(g + r) = \pi \cdot 60 \cdot (80 + 60) \approx 26\,389{,}4 \text{ cm}^2.$

$$V_{\text{cono}} = \frac{\pi r^2 h}{3} = \frac{\pi .60^2.80}{3} \cong 301\,592{,}9 \text{ cm}^3 \xrightarrow{:1000} \text{aproximad. } 301{,}6 \text{ litros}$$

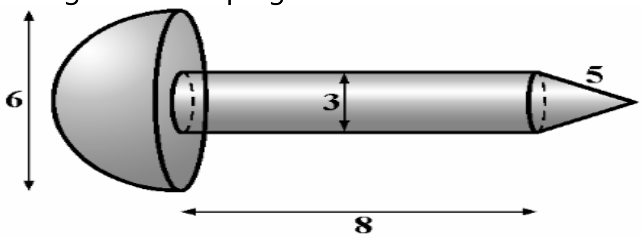
3.- Halla el volumen del tronco de cono



Solución

$$V(\text{tronco cono}) = \frac{\pi(R^2 + r^2 + Rr)h}{3} = \frac{\pi(6^2 + 3^2 + 6.3).15}{3} = 215\pi \cong 675{,}4 \text{ cm}^3$$

4.- Halla el volumen, en litros, del siguiente cuerpo geométrico. Las medidas del dibujo están dadas en dm

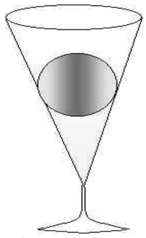


Solución

$$\text{Sol.} \begin{cases} V(esfera) = \dfrac{4\pi r^3}{3} = \dfrac{4\pi .3^3}{3} = 36\pi \Rightarrow V(semiesfera) = \dfrac{V(esfera)}{2} = \dfrac{36\pi}{2} = 18\pi \\ V(cilindro) = \pi r^2 h = \pi\ 1{,}5^2 . 8 = 18\pi \\ En\ el\ cono\ aplicamos\ el\ teorema\ de\ Pitágoras: 5^2 = 1{,}5^2 + h^2 \rightarrow h \cong 4{,}8 \\ V(cono) = \dfrac{\pi r^2 h}{3} = \dfrac{\pi\ 1{,}5^2 4{,}8}{3} = 3{,}6\pi \end{cases}$$

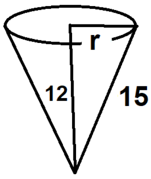
$$V(cuerpo) = V(semiesfera) + V(cilindro) + V(cono) = 39{,}6\pi = 124{,}3 \text{ dm}^3 = \boxed{124{,}3\ litros}$$

5.- En una copa con forma cónica llena de agua se introduce una bola.



El cono tiene 12 cm de altura y 15 cm de generatriz y la bola 4 cm de diámetro. Calcula qué volumen de agua queda en la copa

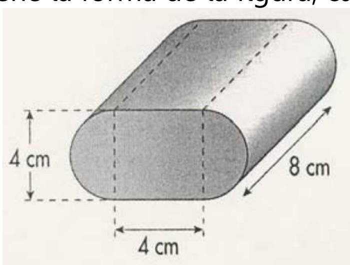
Solución



$15^2 = 12^2 + r^2 \rightarrow r = 9.$ $V_{cono} = \dfrac{\pi r^2 h}{3} = \dfrac{\pi.9^2.12}{3} \cong 1017{,}88\ cm^3$

$V_{esfera} = \dfrac{4\pi r^3}{3} = \dfrac{4\pi.2^3}{3} \cong 33{,}51\ cm^3$. El volumen de agua que queda es $V_{cono} - V_{esfera} = 984{,}37\ cm^3$.

6.- Un cartucho de tinta para impresora tiene la forma de la figura, calcula su capacidad:

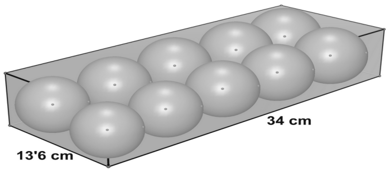


Solución

Los dos semicilindros forman un cilindro de diámetro 4 cm y altura 8 cm.

Capacidad del cartucho = V(cartucho) = V(cilindro) + V(ortoedro) = $\pi 2^2 4 + 8 . 4 . 4 \approx 178{,}3\ cm^3$.

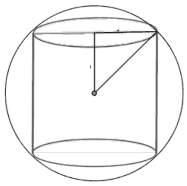
7.- Se colocan en una caja 10 bolas iguales y encajan perfectamente. Véase la figura
¿Qué volumen queda libre en la caja?



Solución

El diámetro de cada bola es $34 : 5 = 6{,}8 \Rightarrow V(\text{libre}) = V(\text{caja}) - 10V(\text{esfera}) = 34.13{,}6.6{,}8 - 10.\dfrac{4\pi.3{,}4^3}{3} \cong 2620{,}3\ cm^3$

8.- En una esfera de 10 cm de diámetro se inscribe un cilindro de 6 cm de altura.



a) Halla el radio del cilindro b) Halla el área de la esfera y del cilindro

c) Calcula cuántos cm^3 le caben más a la esfera que al cilindro.

Solución

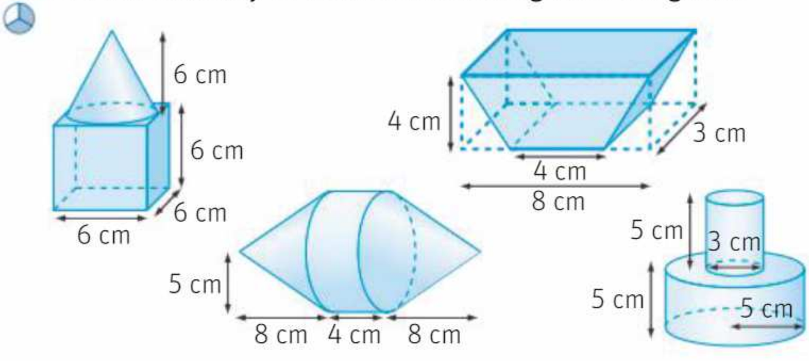
a) Si llamamos x al radio del cilindro, $5^2 = x^2 + 3^2 \Rightarrow x = 4$ cm

b) A(esfera) = $4\pi r^2 = 4\pi.5^2 \approx 314\ cm^2$. A(cilindro) = $2\pi x(x + h) = 2\pi.4.(4 + 6) \approx 251{,}3\ cm^2$.

c) $V(\text{esfera}) - V(\text{cilindro}) = \dfrac{4\pi.5^3}{3} - \pi.4^2.6 = \dfrac{500\pi}{3} - 96\pi \cong 222\ cm^3$

Actividades del libro unidad 9. 18 (pág. 200), 55, 60, 62, 63 (pág. 208) y 67 (pág. 209)

18. Calcula el área y el volumen de las siguientes figuras.



Solución

a) La generatriz del cono se calcula aplicando el teorema de Pitágoras: $g = \sqrt{6^2 + 3^2} = 6{,}71$ cm

$A_T = A_{Tcubo} + A_{Lcono} - A_{Bcono} = 6 \cdot 6^2 + \pi \cdot 3 \cdot 6{,}71 - \pi \cdot 3^2 = 216 + 63{,}24 - 28{,}27 = 250{,}97\ \text{cm}^2$

$$V = V_{cono} + V_{cubo} = \frac{28{,}27 \cdot 6}{3} + 6^3 = 272{,}54\ \text{cm}^3$$

b) La generatriz del cono se calcula aplicando el teorema de Pitágoras: $g = \sqrt{8^2 + 5^2} = 9{,}43$ cm

$A_T = 2 \cdot A_{Lcono} + A_{Lcilindro} = 2 \cdot \pi \cdot 5 \cdot 9{,}43 + 2 \cdot \pi \cdot 5 \cdot 4 = 296{,}25 + 125{,}66 = 421{,}91\ \text{cm}^2$

$$V = 2 \cdot V_{cono} + V_{cilindro} = 2 \cdot \frac{\pi \cdot 5^2 \cdot 8}{3} + \pi \cdot 5^2 \cdot 4 = 418{,}88 + 314{,}16 = 733{,}04\ \text{cm}^3$$

c) El lado oblicuo del trapecio isósceles de la cara lateral mide $d = \sqrt{4^2 + 2^2} = 4{,}47$ cm

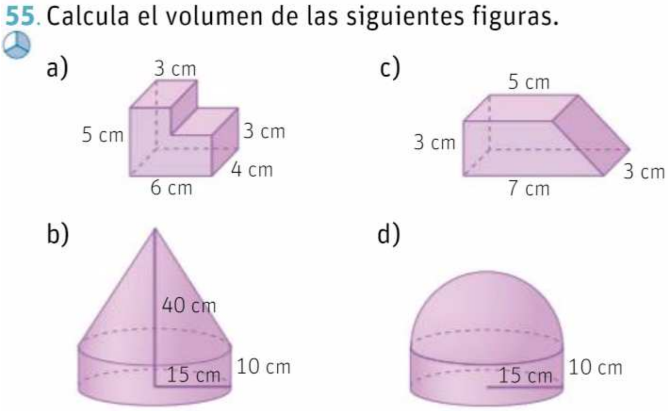
$A_T = A_B + A_b + 2 \cdot A_{trapecio} + 2 \cdot A_{rectángulo} = 8 \cdot 3 + 4 \cdot 3 + 2 \cdot \frac{8+4}{2} \cdot 4 + 2 \cdot 3 \cdot 4{,}47 = 24 + 12 + 48 + 26{,}83 =$
$= 110{,}83\ \text{cm}^2$

$$V = V_{ortoedro} - 2 \cdot V_{prisma} = 3 \cdot 8 \cdot 4 - 2 \cdot \frac{2 \cdot 4}{2} \cdot 3 = 96 - 24 = 72\ \text{cm}^3$$

d) $A_T = A_{Tcilindro\ inferior} + A_{Lcilindro\ superior} = 2\pi \cdot 5 \cdot 5 + 2\pi \cdot 5^2 + 2\pi \cdot 1{,}5 \cdot 5 = 157{,}08 + 157{,}08 + 47{,}12 = 361{,}28\ \text{cm}^2$

$V = V_{cilindro\ inferior} + V_{cilindro\ superior} = \pi \cdot 5^2 \cdot 5 + \pi \cdot 1{,}5^2 \cdot 5 = 392{,}70 + 35{,}34 = 428{,}04\ \text{cm}^3$

55. Calcula el volumen de las siguientes figuras.



Solución

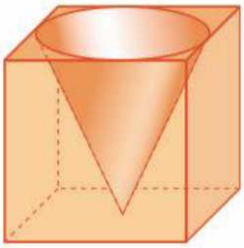
a) $V = V_{\text{ortoedro grande}} - V_{\text{ortoedro pequeño}} = 5 \cdot 6 \cdot 4 - 2 \cdot 3 \cdot 4 = 120 - 24 = 96 \text{ cm}^3$

b) $V = V_{\text{cono}} + V_{\text{cilindro}} = \dfrac{\pi \cdot 15^2 \cdot 30}{3} + \pi \cdot 15^2 \cdot 10 = 7068,58 + 7068,58 = 14\,137,16 \text{ cm}^3$

c) $V = \dfrac{7+5}{2} \cdot 3 \cdot 3 = 54 \text{ cm}^3$

d) $V = V_{\text{semiesfera}} + V_{\text{cilindro}} = \dfrac{\frac{4}{3}\pi \cdot 15^3}{2} + \pi \cdot 15^2 \cdot 10 = 7068,58 + 7068,58 = 14137,16 \text{ cm}^3$

60. Para la construcción de ciertas máquinas industriales se necesitan piezas macizas como esta.



Estas piezas están limitadas por un cubo de 2,5 cm de arista y un hueco con forma de cono inscrito en el mismo. ¿Qué volumen tiene la pieza? Con 1 dm³ de material para fundir, ¿cuántas piezas como máximo se pueden construir?

Solución

$V = V_{\text{cubo}} - V_{\text{cono}} = 2,5^3 - \dfrac{\pi \cdot 1,25^2 \cdot 2,5}{3} = 15,63 - 4,09 = 11,54 \text{ cm}^3 = 0,01154 \text{ dm}^3$

Como 1 : 0,01154 = 86,65, entonces con 1 dm³ de material para fundir se podrán construir 86 piezas como máximo.

62. Muchas veces se almacenan gases en depósitos esféricos. Una de las razones es que para una misma superficie total, la esfera es el cuerpo geométrico con mayor volumen.

a) Halla la superficie que debe tener un depósito de gas con forma esférica si su volumen es de $\dfrac{9\pi}{2}$ m³.

b) ¿Qué dimensiones debería tener un cilindro cuyo diámetro de la base es igual a la altura y con la misma superficie que la esfera anterior? ¿Qué volumen tendría?

Solución

a) $V = \dfrac{9\pi}{2} = \dfrac{4}{3}\pi \cdot r^3 \Rightarrow r = \sqrt[3]{3{,}375} = 1{,}5$ m

Por tanto, la superficie será $A = 4\pi \cdot 1{,}5^2 = 28{,}27$ m^2.

b) Llamando x al radio del cilindro:

$28{,}27 = 2 \cdot \pi \cdot x \cdot 2x \Rightarrow 2{,}25 = x^2 \Rightarrow x = 1{,}5$ m

La altura del cilindro sería 3 m y el radio de la base 1,5 m.

$V = \pi \cdot 1{,}5^2 \cdot 3 = 21{,}21$ m^3 $\Rightarrow 21 < V < 22$

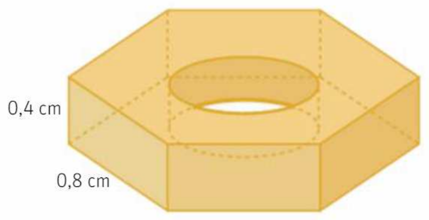
63. Un cilindro de 110 cm de radio de la base y de 250 cm de altura forma parte de una escultura para decorar una plaza. Se debe pintar con una pintura que cuesta 13 € cada litro. Halla el precio que se ha de pagar sabiendo que con un litro se pueden pintar 3 m^2.

Solución

La superficie que hay que pintar mide $A_T = 2A_B + A_L = 2 \cdot \pi \cdot 1{,}1^2 + 2 \cdot \pi \cdot 1{,}1 \cdot 2{,}5 = 7{,}6 + 17{,}28 = 24{,}88$ m^2.

Se necesitarán 24,88 : 3 = 8,30 L de pintura, que costarán 8,3 · 13 = 107,9 €.

67. La tuerca de la figura está limitada por un prisma hexagonal regular y un cilindro de 0,5 cm de radio de la base.



Calcula la masa de metal necesaria para construirla si dicho metal tiene una densidad de 8 g/cm^3.

Solución

Calculamos el volumen total de la pieza:

$$V_T = V_{prisma} - V_{cilindro} = \frac{6 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}69}{2} \cdot 0{,}4 - \pi \cdot 0{,}5^2 \cdot 0{,}4 = 0{,}67 - 0{,}31 = 0{,}36 \text{ cm}^3$$

Masa = densidad · volumen = 8 · 0,36 = 2,88 g

3.- COORDENADAS GEOGRÁFICAS

1.- Calcula cuántos grados de longitud y latitud separan a los puntos A y B en los siguientes casos:

a) A : 90ºO 40ºS B: 140ºE 80ºN b) A: 70ºE 45ºS B: 30ºE 25ºS

Solución

a) Diferencia de longitud: 140º + 90º = 230º Diferencia de latitud: 40º + 80º = 120º

b) Diferencia de longitud: 70º – 30º = 40º Diferencia de latitud: 45º – 25º = 20º

2.- Halla la distancia entre dos puntos A y B en los siguientes casos: a) A : 60ºE 40ºN B: 60ºE 54ºN

b) A: 135ºO 70ºN B: 135ºO 12ºS c) A : 10ºE 45ºS B: 10ºE 24ºS

Solución

$$\text{a) dist AB} = \frac{\pi . 6370 . 14^\circ}{180^\circ} \cong 1556{,}5 \text{ km} \qquad \text{b) dist AB} = \frac{\pi . 6370 . 82^\circ}{180^\circ} \cong 9116{,}6 \text{ km}$$

$$\text{c) dist AB} = \frac{\pi . 6370 . 21^\circ}{180^\circ} \cong 2334{,}7 \text{ km}$$

3.- Dos puntos de la Tierra situados en el mismo meridiano distan 800 km. ¿Cuál es la diferencia, en grados, entre sus latitudes?

Solución

$$\text{dist AB} = \frac{\pi R \alpha^\circ}{180^\circ} \Rightarrow 800 = \frac{\pi R \alpha^\circ}{180^\circ} \Rightarrow \alpha^\circ = \frac{800.180}{\pi R} = \frac{800.180}{\pi 6370} \cong 7{,}2^\circ$$

Actividades del libro unidad 9: 25, 26 (pág. 203) y 48 (pág. 207)

25. Dos puntos de la esfera terrestre están situados en el mismo meridiano y sus latitudes son de 40° N y 32° N. Calcula la distancia que los separa.

Solución

Hay que calcular la longitud de un arco de 40º – 32º = 8º de circunferencia máxima de la Tierra.

$$L = \frac{2 \cdot \pi \cdot 6371}{360} \cdot 8 = 889{,}56 \text{ km}$$

La distancia que separa los dos puntos de la esfera terrestre es 889,56 km.

26. Busca en un mapa las coordenadas geográficas de Londres, París, Berlín, Roma, Atenas y Lisboa.

Solución

Londres: 51º 30´ 25″ N	0º 7´ 39″ O
París: 48º 51´ 24″ N	2º 20´ 27″ E
Berlín: 52º 31´ 7″ N	13º 24´ 30″ E
Roma: 41º 53´ 26″ N	12º 29´ 39″ E
Atenas: 37º 58´ 40″ N	23º 43´ 40″ E
Lisboa: 38º 42´ 49″ N	9º 8´ 21″ O

48. Dos puntos del meridiano de Greenwich tienen latitudes de 40° S y 30° N. ¿Cuál es su distancia?

Solución

Hay que calcular la longitud de un arco de 30º – (–40º) = 70º de circunferencia máxima de la Tierra.

$$L = \frac{2 \cdot \pi \cdot 6371}{360} \cdot 70 = 7783{,}64 \text{ km}$$

La distancia que separa los dos puntos de la esfera terrestre es 7783,64 km.

TRABAJO DEL TEMA 8.- MOVIMIENTOS EN EL PLANO

Estudia la teoría, ejemplos y ejercicios resueltos del libro. Después realiza las 10 actividades que se proponen. El plazo límite para entregar el trabajo a tu profesor es el miércoles 10 de Junio de 2020

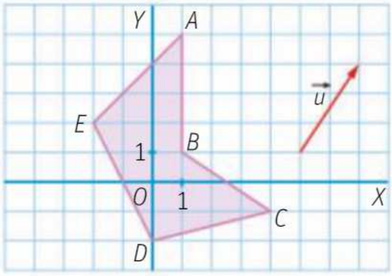
2.- Traslaciones: Actividades del libro: 6 (pág. 175) y 32 (pág. 184)

6. Mediante una traslación, el punto $A(-1, 2)$ se transforma en $A'(6, 8)$. ¿Cuál es el vector de traslación?

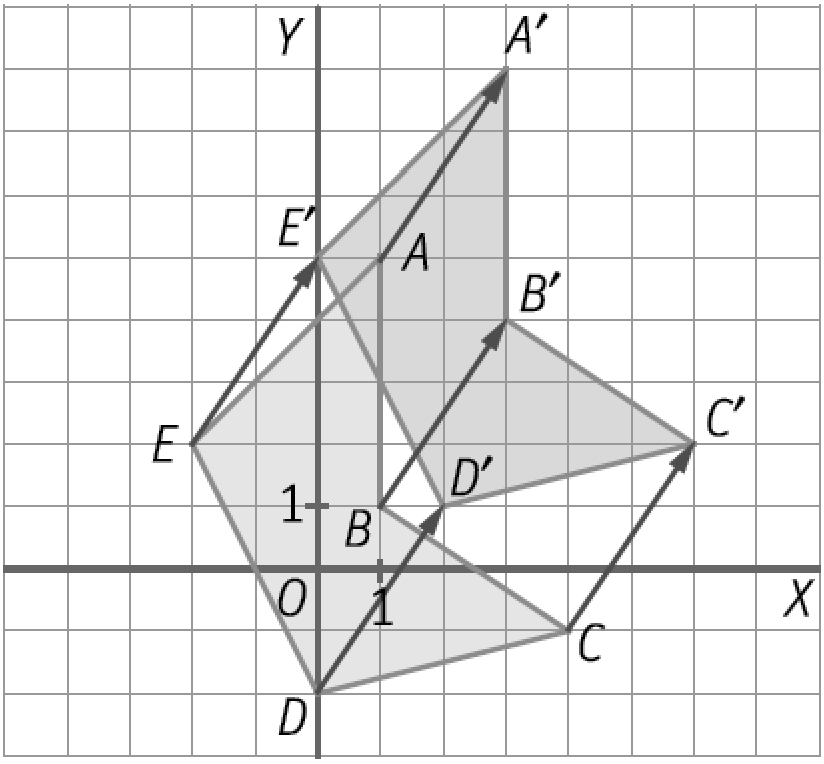
Solución

El vector de traslación será $\overrightarrow{AA'} = A' - A = (6, \ 8) - (-1, \ 2) = (7, \ 6)$.

32. Halla en tu cuaderno, de forma gráfica y numérica, los vértices homólogos del pentágono *ABCDE* en la traslación de vector $\vec{u}$.



Solución



$A(1, 5) \Rightarrow A'(3, 8)$

$B(1, 1) \Rightarrow B'(3, 4)$

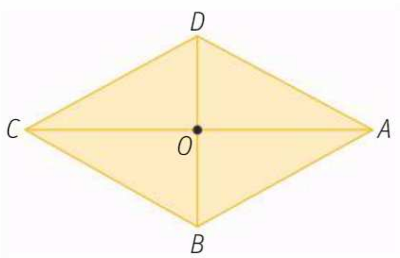
$C(4, -1) \Rightarrow C'(6, 2)$

$D(0, -2) \Rightarrow D'(2, 1)$

$E(-2, 2) \Rightarrow E'(0, 5)$

3.- Giros: Actividades del libro: 9, 11 (pág. 177) y 45 (pág. 185)

9. Dibuja en tu cuaderno el rombo *ABCD* de la figura y aplícale los siguientes movimientos:



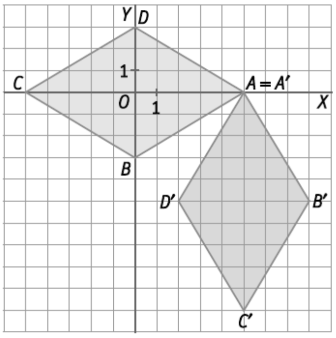
a) Un giro de centro *A* y amplitud 90°

b) Un giro de centro *O* y amplitud 90°

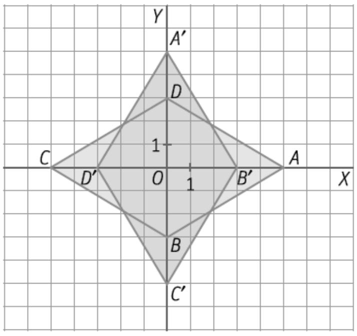
c) Un giro de centro *D* y amplitud −90°

Solución

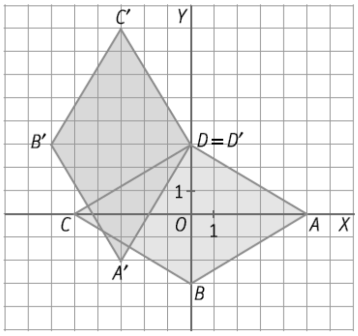
a) Giro de centro A y amplitud 90º.



b) Giro de centro *O* y amplitud 90º.



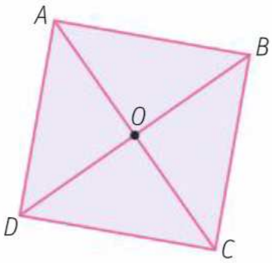
c) Giro de centro *D* y amplitud −90º.



11. Se consideran los giros G_1 de centro *O* y amplitud 45º, G_2 de centro *O* y amplitud 90º y G_3 de centro *A* y amplitud 90º. Copia el cuadrado *ABCD* y aplica:

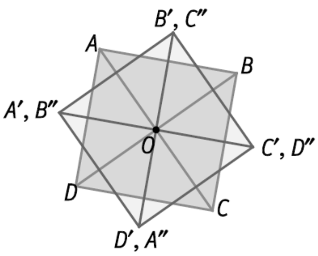
a) Primero el giro G_1 y, al resultado, el giro G_2. ¿A qué equivale este movimiento?

b) Primero el giro G_1 y, al resultado, el giro G_3.

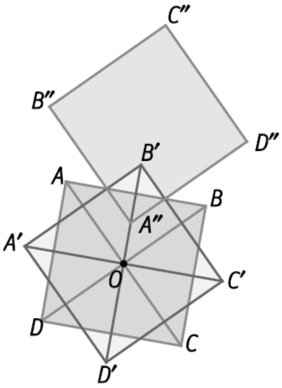


Solución

a) G_1 de centro *O* y amplitud 45º y G_2 de centro *O* y amplitud 90º.

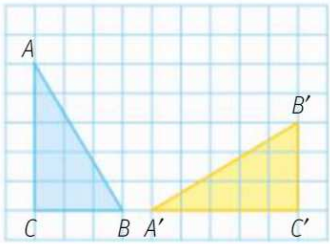


b) G_1 de centro *O* y amplitud 45º y G_3 de centro *A* y amplitud 90º.

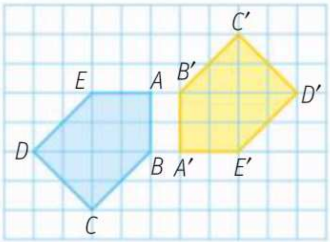


45. Las figuras amarillas se han obtenido aplicando un giro a las azules. Halla en tu cuaderno el centro de giro e indica, de forma aproximada, cuál es la amplitud de cada giro.

a)



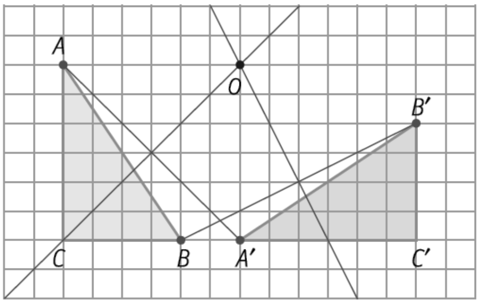
b)



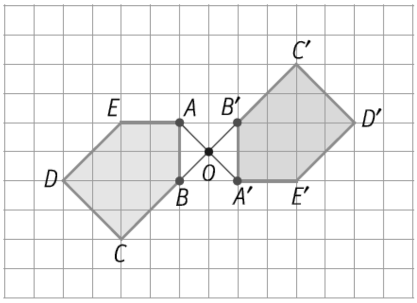
Solución

Como se sabe que las figuras son homólogas mediante un giro, éste deberá ser la intersección de las mediatrices de extremos dos pares de puntos homólogos. Por ejemplo, las mediatrices de los segmentos *AA'* y *BB'*.

a) Giro de centro *O* y amplitud 90º.

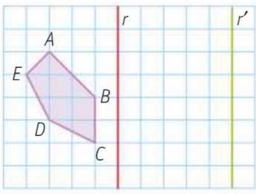


b) Giro de centro *O* y amplitud 180º.



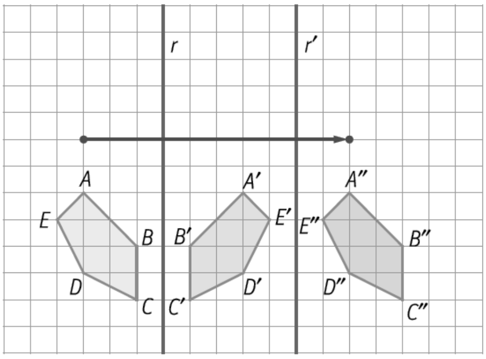
4.- Simetrías axial y central: Actividades del libro: 18 (pág. 179), 50 (pág. 185) y 62 (pág. 186)

18. Al polígono *ABCDE* de la figura se le aplica una simetría axial de eje *r*, y después, otra simetría axial de eje *r*' paralelo a *r*. La distancia entre *r* y *r*' es 5 unidades. Halla el movimiento equivalente al producto de simetrías considerado.

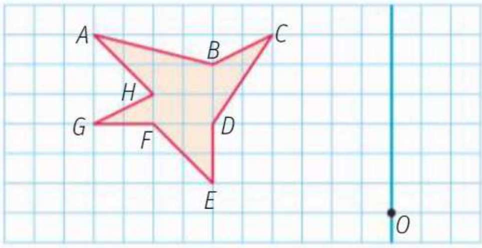


Solución

El movimiento equivalente al producto de las dos simetrías es la traslación de vector $\vec{u}$ de módulo 10 unidades, dirección perpendicular a los ejes y sentido que va de *r* a *r'*.



50. Aplica al polígono de la figura los siguientes movimientos.



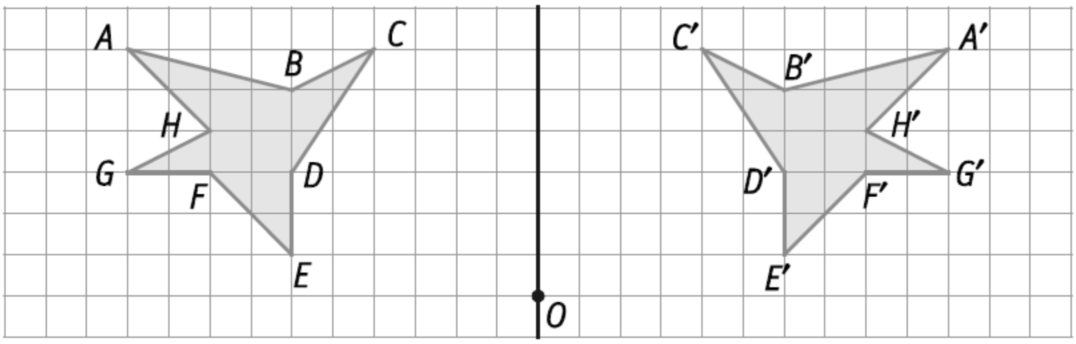
a) Una simetría axial de eje la recta *r*

b) Una simetría central de centro *O*

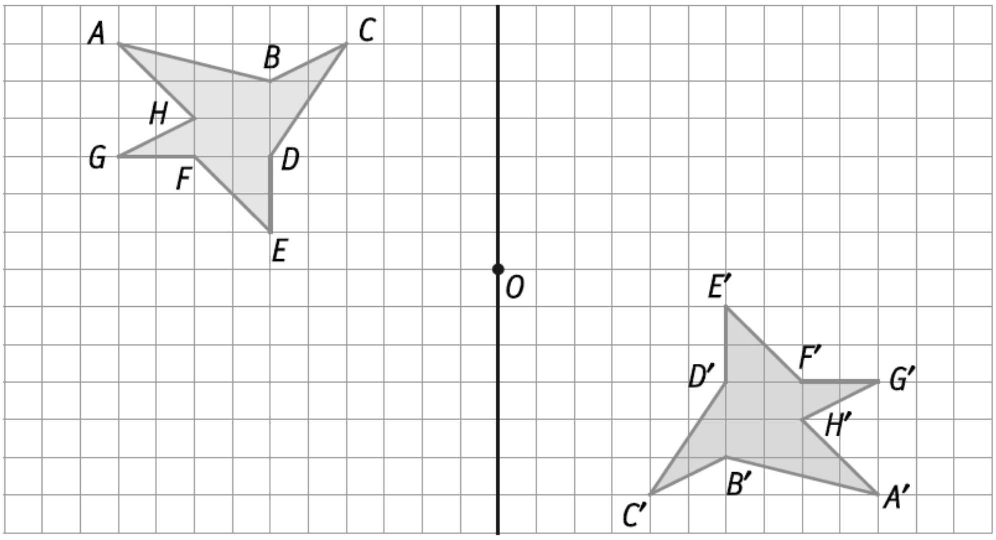
c) Una simetría axial de eje *r* y una simetría central de centro *O* sucesivamente

Solución

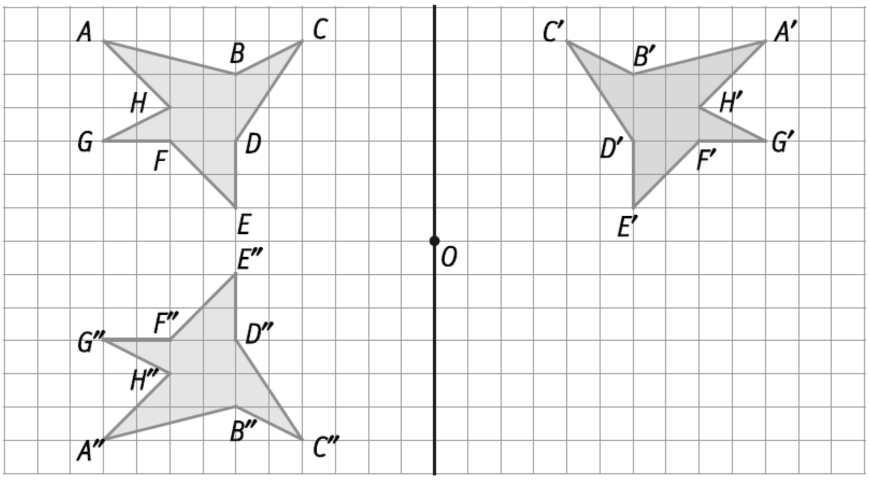
a) Una simetría axial de eje la recta *r*.



b) Una simetría central de centro *O*.



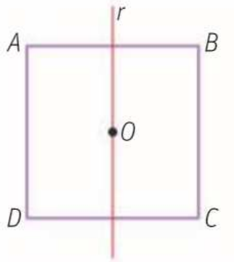
c) Una simetría axial de eje *r* y una simetría central de centro *O* sucesivamente.



62. El centro del cuadrado *ABCD* de la figura es el punto *O*. La recta *r* pasa por *O* y por los puntos medios de los lados *AB* y *DC*. Se consideran los movimientos:

G: giro de centro *O* y amplitud 90º

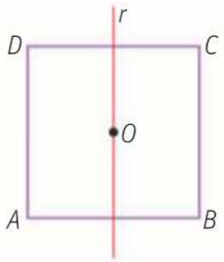
S: simetría axial de eje la recta *r*



a) Indica en qué puntos se transforman los vértices *A*, *B* y *C* en las siguientes composiciones:

i) $G \Rightarrow G$ ii) $G \Rightarrow S$ iii) $S \Rightarrow G \Rightarrow G \Rightarrow G$

b) Utilizando solamente *G* y *S*, tantas veces como necesites y en el orden que elijas, escribe el movimiento que corresponde a la siguiente figura de dos formas diferentes.



Solución

a) i) A→C B→D C→A D→B

ii) A→C B→B C→A D→D

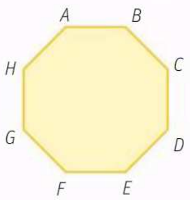
iii) A→A B→D C→C D→B

b) S→G→G y G→G→S

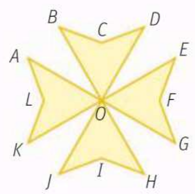
<u>5.- Ejes y centro de simetría en figuras planas: Actividades del libro</u>: 22 (pág. 180) y 63 (pág. 187)

22. Indica, si es que existen, los ejes de simetría y el centro de simetría de las siguientes figuras.

a)



b)



Solución

a) Cualquier recta que pase por dos vértices opuestos es un eje de simetría. También lo es cualquier recta que pase por los puntos medios de dos lados opuestos.

El centro del polígono es el centro de simetría.

b) Ejemplos de ejes de simetría son las rectas *CI* y la recta que une los puntos medios de *AB* y *GH*.

El punto *O* es el centro de simetría de la figura.

63. Halla, si es que existen, los ejes de simetría y el centro de simetría de las siguientes figuras:

a)

b)

c)

Solución

a) Cualquier recta que pase por uno de los vértices de la estrella y por el punto medio del segmento que une los dos vértices opuestos es un eje de simetría. No tiene centro de simetría.

b) Todas las rectas que pasan por el punto medio de dos lados opuestos de la tuerca son ejes de simetría. También lo son las rectas que pasan por dos vértices opuestos. Además, el centro de simetría de la figura es el centro de la tuerca, que coincide con la intersección de dos ejes de simetría cualesquiera.

c) La recta vertical que divide al gato en dos partes iguales es un eje de simetría, dejando un ojo a cada lado, una oreja, etc. El gato no tiene centro de simetría.