1.- POLÍGONOS Y CIRCUNFERENCIA

1.- ¿Cuánto vale cada ángulo interior de un polígono regular que tiene 20 diagonales?

Solución

$$20 = \frac{n(n-3)}{2} \Rightarrow 40 = n^2 - 3n \Rightarrow \begin{matrix} n = 8 \\ n = -5 \text{ (no válida)} \end{matrix} \text{(Es un octógono). } S = \frac{180^{\circ}(n-2)}{n} = \frac{180^{\circ}(8-2)}{8} = \frac{1080}{8} = 135^{\circ}$$

2.- ¿Cuántas diagonales tiene un polígono regular si la suma de sus ángulos interiores vale 8 640º?

Solución

$$8\,640^{\circ} = 180^{\circ}(n-2) \Rightarrow n = 50. \quad D = \frac{n(n-3)}{2} = \frac{50(50-3)}{2} = 1175 \text{ diagonales}$$

3.- ¿Cuánto mide el ángulo central de un polígono regular de 3402 diagonales?

Solución

$$3402 = \frac{n(n-3)}{2} \Rightarrow 6804 = n^2 - 3n \Rightarrow \begin{matrix} n = 84 \\ n = -81 \text{ (no válida)} \end{matrix}; \quad c = \frac{360^{\circ}}{n} = \frac{360^{\circ}}{84} = 4^{\circ}\,17'\,8{,}57''$$

4.- ¿Cuántas diagonales tiene un polígono regular si se sabe que cada ángulo interior mide 165,6º ?

Solución

$$3165{,}6 = \frac{180^{\circ}(n-2)}{n} \Rightarrow 165{,}6n = 180n - 360 \Rightarrow n = 25 \Rightarrow D = \frac{n(n-3)}{2} = \frac{25(25-3)}{2} = 275 \text{ diagonales}$$

Actividades del libro: 5, 6, 8 (pág. 153), 27, 28, 31 (pág. 159) y 55 (pág. 166)

5. La suma de los ángulos de un polígono es 1620º. ¿Cuántos lados tiene el polígono?

Solución

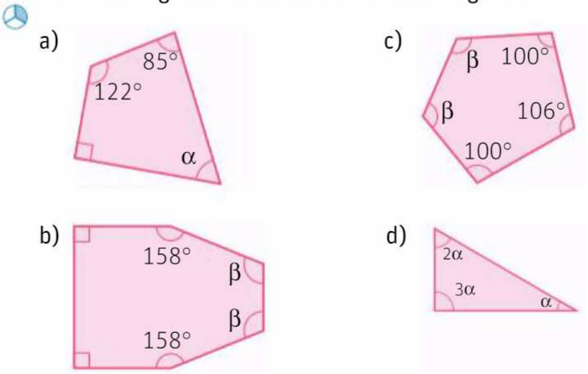
$$1\,620^{\circ} = 180^{\circ}(n-2) \Rightarrow n = 50. \quad D = \frac{n(n-3)}{2} = \frac{50(50-3)}{2} = 1175 \text{ diagonales}$$

6. Los ángulos interiores de un polígono regular miden 150º. ¿Cuántos lados tiene el polígono regular?

Solución

$$150^{\circ} = \frac{180^{\circ}(n-2)}{n} \Rightarrow 150n = 180n - 360 \Rightarrow n = 12 \Rightarrow \text{Tiene 12 lados. Es un dodecágono}$$

8. Halla los ángulos desconocidos en estas figuras.



Solución

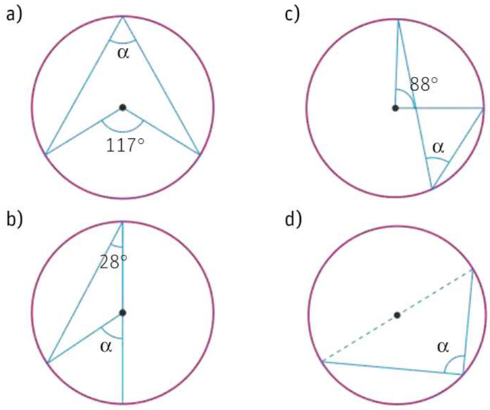
a) La suma de los ángulos es S = 180º(n – 2) = 180º(4 – 2) = 360º ⇒ α = 360 – (90+122+85) = 63º

b) La suma de los ángulos es S = 180º(n – 2) = 180º(6 – 2) = 720º
2β + 90 + 90 + 158 + 158 = 720 ⇒ β = 112º

c) La suma de los ángulos es S = 180º(n – 2) = 180º(5 – 2) = 540º
2β + 100 + 100 + 106 = 540 ⇒ β = 117º

d) La suma de los ángulos es 180º⇒ 6α = 180 ⇒ α = 30 ⇒ Los ángulos son 90º, 30º y 60º

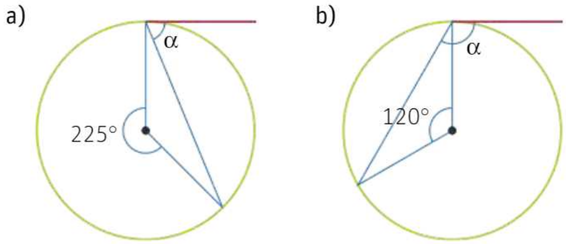
27. Calcula la medida de los ángulos desconocidos en las siguientes figuras.



Solución

a) $\alpha = 117º/2 = 58{,}5º$ b) $\alpha = 28º \cdot 2 = 56º$ c) $\alpha = 88º/2 = 44º$ d) $\alpha = 180º/2 = 90º$

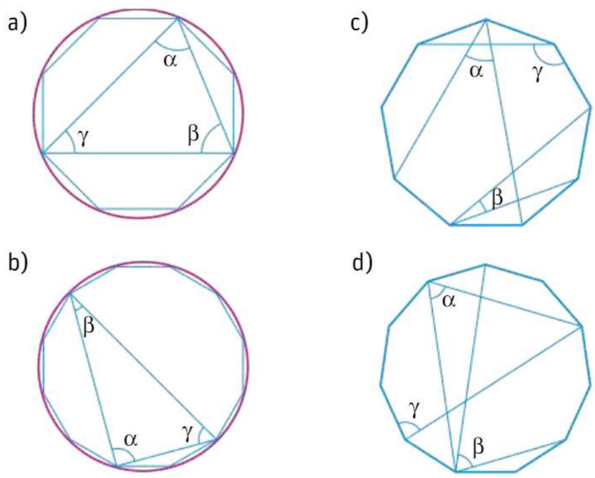
28. Calcula la medida de los siguientes ángulos semiinscritos en circunferencias.



Solución

a) Como el ángulo central es $360º – 225º = 135º$, $\alpha = 135º/2 = 67{,}5º$
b) Como el ángulo central es $360º – 120º = 240º$, $\alpha = 240º/2 = 120º$

31. Calcula la medida de los ángulos α, β y γ en las figuras:



Solución

a) Al ser un octógono el ángulo central correspondiente a cada lado es $360º/8 = 45º$
$\alpha = (45º.3)/2 = 67{,}5º$ $\beta = (45º.3)/2 = 67{,}5º$ $\gamma = (45º.2)/2 = 45º$

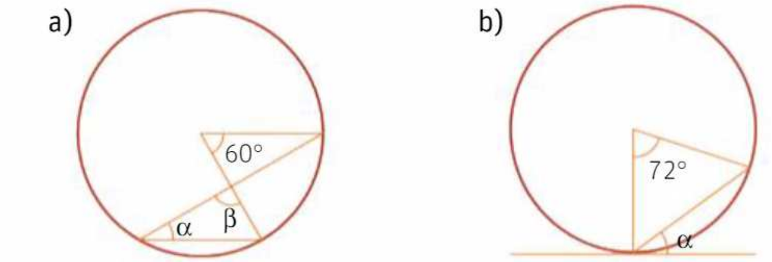
b) Al ser un dodecágono el ángulo central correspondiente a cada lado es $360º/12 = 30º$
$\alpha = (30º.6)/2 = 90º$ $\beta = (30º.2)/2 = 30º$ $\gamma = (30º.4)/2 = 60º$

c) Al ser un eneágono el ángulo central correspondiente a cada lado es $360º/9 = 40º$
$\alpha = (40º.2)/2 = 40º$ $\beta = (40º.1)/2 = 20º$ $\gamma = (40º.7)/2 = 140º$

d) Al ser un undecágono el ángulo central correspondiente a cada lado es $360º/11$
$\alpha = [(360º/11).4)]/2 = 65º\ 27´\ 16{,}36´´$ $\beta = [(360º/11).5)]/2 = 81º\ 49´\ 5{,}45´´$

$\gamma = [(360º/11).6)]/2 = 98º\ 10´\ 54{,}55´´$

55. Calcula la medida de los ángulos desconocidos en las siguientes figuras.



Solución: a) $\alpha = 60º/2 = 30º$ $\beta = 90º$ b) $\alpha = 72º/2 = 36º$

2.- REPASO: TEOREMA DE PITÁGORAS

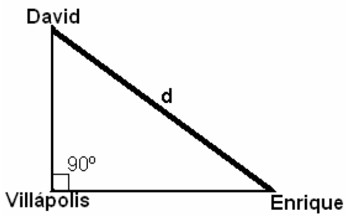
1.- Un albañil apoya una escalera de 5 m contra un muro vertical. El pie de la escalera está a 3 m de la base del muro. Halla a que altura, x, se encuentra la parte superior de la escalera.

Solución: $5^2 = 3^2 + x^2 \Rightarrow x = 4$ m

2.- Dos ciclistas, David y Enrique, parten de la misma ciudad, Villápolis, al mismo tiempo en direcciones perpendiculares. David circula a 15 km/h y Enrique a 20 km/h.

a) Al cabo de una hora y media, ¿qué distancia ha recorrido cada uno?

b) Ayudándose del dibujo adjunto, determina qué distancia, d, les separa al cabo de esa hora y media.



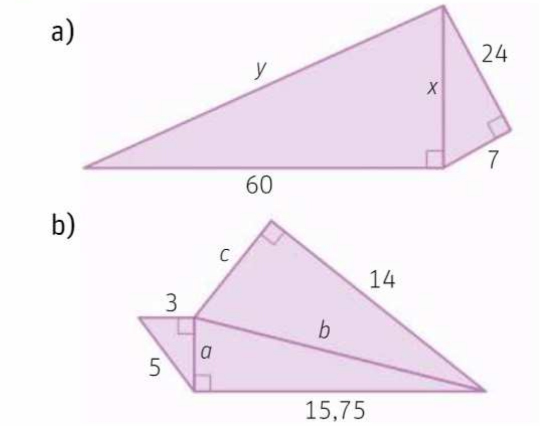
Solución

distancia recorrida por David: 15 . 1,5 = 22,5 km distancia recorrida por Enrique: 20 . 1,5 = 30 km

$$d^2 = 22{,}5^2 + 30^2 \Rightarrow d = 37{,}5 \text{ km}$$

Actividades del libro: 23, 24 (pág. 157) y 83 (pág. 168)

23. Calcula la medida de los lados desconocidos en las siguientes figuras:

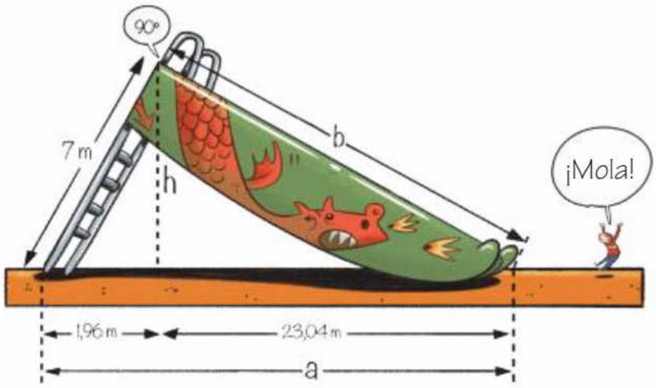


Solución

a) $24^2 = 7^2 + x^2 \Rightarrow x = \sqrt{527} \cong 22{,}96$; $y^2 = 60^2 + 527 \Rightarrow y = \sqrt{4127} \cong 64{,}24$

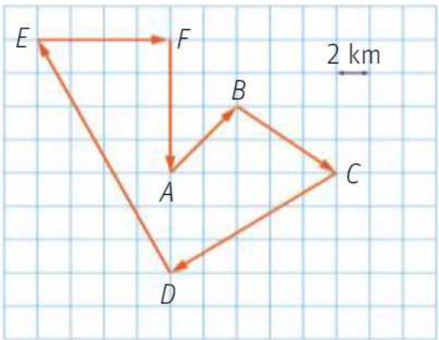
b) $5^2 = 3^2 + a^2 \Rightarrow a = 4$; $b^2 = 15{,}75^2 + 4^2 \Rightarrow b = 16{,}25$; $16{,}25^2 = 14^2 + c^2 \Rightarrow c = 8{,}25$

24. Observa los ángulos rectos de la figura y calcula la altura y la longitud de la rampa.



Solución: a = 1,96 + 23,04 = 25 $\Rightarrow 25^2 = 7^2 + b^2 \Rightarrow$ b = 24 m ; $7^2 = 1{,}96^2 + h^2 \Rightarrow$ h = 6,72 m

83. Miriam está estudiando un proyecto de red de fibra óptica en una determinada zona. El siguiente esquema representa la red:



a) Calcula la longitud total de la red.

b) ¿Cuánto costará el total del cable que se precisa si cada metro vale 7 €?

Solución

a) EF + FA + AB + BC + CD + DE =

$$8+8+\sqrt{4^2+4^2}+\sqrt{6^2+4^2}+\sqrt{10^2+6^2}+\sqrt{14^2+8^2}=16+\sqrt{32}+\sqrt{52}+\sqrt{136}+\sqrt{260}\cong 56{,}6544\text{ km}=56654{,}4\text{ m}$$

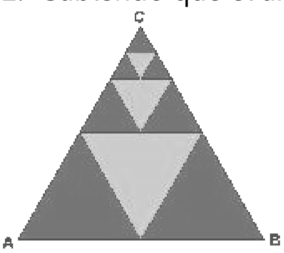
b) 56 654,4 . 7 = 396 580,80 €

3.- PERÍMETROS Y ÁREAS EN FIGURAS POLIGONALES

1.- Halla la superficie de una señal de tráfico que tiene forma de triángulo equilátero de 18 cm de altura.

Solución: Sea x = mitad del lado, $(2x)^2 = 18^2 + x^2 \Rightarrow x \approx 10{,}4$; lado 20,8. $A = \dfrac{20{,}8.18}{2} \cong 187\text{ cm}^2$

2.- Sabiendo que el área del triángulo ABC es 1024 cm^2, halla la suma de las áreas de los triángulos más claros:

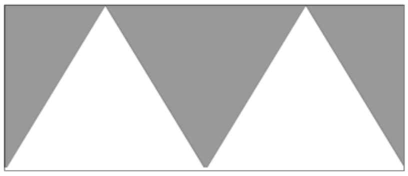


Solución

A(triángulo mayor) = 1024:4 = 256 A(triángulo mediano) = 256:4 = 64 A(triángulo pequeño) = 64:4 = 16

Sumando las áreas: 256 + 64 + 16 = 336 cm^2.

3.- Calcula el área y perímetro de la zona sombreada sabiendo que la altura del rectángulo es 12 cm y cada triángulo blanco es equilátero



Solución: Sea x = mitad del lado del triángulo equilátero, $(2x)^2 = 12^2 + x^2 \Rightarrow x \approx 6{,}93$; lado 13,86.

Juntando los triángulos rectángulos dan otro triángulo equilátero $\Rightarrow A = 2.\dfrac{13{,}86.12}{2} \cong 166{,}32\ cm^2$

P = 6,93 . 2 + 13,86 . 5 + 12. 2 = 107,16 cm

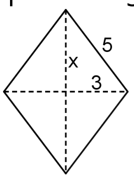
4.- El patio de un colegio es rectangular y tiene 40 m de largo y 50 m de diagonal. Halla su superficie y su perímetro.

Solución x = ancho $\Rightarrow 50^2 = x^2 + 40^2 \Rightarrow x = 30 \Rightarrow P = 2.40 + 2.30 = 140\ m \qquad A = 40.30 = 1200\ m^2$

5.- Calcula el precio de un mantel cuadrado de 3 m de diagonal si el m^2 de tela cuesta 15 €

Solución x = lado $\Rightarrow 3^2 = x^2 + x^2 \Rightarrow x^2 = 4{,}5 \Rightarrow A = x^2 = 4{,}5\ m^2 \Rightarrow$ precio : 4,5 . 15 = 67,5 €

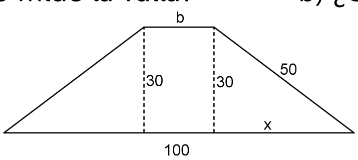
6.- Un pequeño jardín con forma de rombo se ha rodeado con una valla de 20 m. Calcula su superficie sabiendo que la diagonal menor mide 6 m.

Solución 

$5^2 = x^2 + 3^2 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow D = 8 \qquad A = \dfrac{D\,.\,d}{2} = \dfrac{8\,.\,6}{2} = 24\ m^2$

7.- Una parcela tiene forma de trapecio isósceles de 30 m de altura, base mayor 100 m y lados no paralelos 50 m cada uno. Se ha rodeado con una valla.

a) ¿Cuánto mide la valla? b) ¿Cuál será su precio a razón de 20,50 €/m^2?

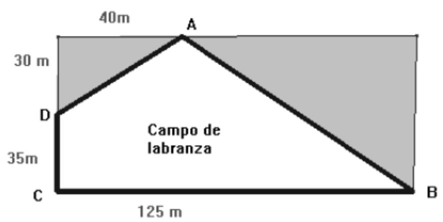
Solución 

$50^2 = x^2 + 30^2 \Rightarrow x = 40 \Rightarrow b = 100 - 2.40 = 20$

$P = 100 + 20 + 50.2 = 220\ m \quad A = \dfrac{(B+b)\,.\,h}{2} = \dfrac{(100+20)\,.\,30}{2} = 1800\ m^2$

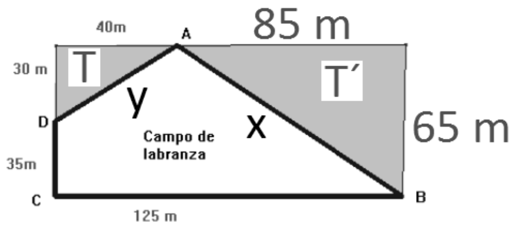
a) 220 m b) $1800.\ 20{,}50 = 36900$ €

8.- De un campo rectangular se han suprimido dos triángulos rectángulos (tal como indica la figura), resultando un cuadrilátero ABDC que se va a utilizar como campo de labranza.



a) ¿Cuál es la superficie de dicho campo de labranza?
b) Si se quiere rodear con una cerca, ¿cuántos metros hacen falta?

Solución



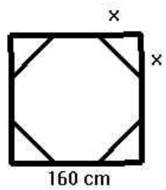
$\underline{Sol}.\ A(\text{campo}) = A(\text{rectáng}) - A(T) - A(T') = 125\ .\ 65 - \frac{30\ .\ 40}{2} - \frac{85\ .\ 65}{2} = 8125 - 600 - 2762{,}5 = \boxed{4762{,}5\ m^2}$

$\underline{Sol}.$ *Por el teorema de Pitágoras* $\begin{cases} x^2 = 85^2 + 65^2 = 11\,450 \Rightarrow x = \sqrt{11\,450} \cong 107 \\ y^2 = 30^2 + 40^2 = 2500 \Rightarrow y = \sqrt{2500} \cong 50 \end{cases}$

b) *Por tanto, el perímetro del* campo es: $107 + 50 + 35 + 125 = 317\ m$.

Harán falta entonces $\boxed{317\ m\ de\ cerca}$

9.- ¿Cuánto debe valer x para que la superficie del octógono regular sea 2,06 m^2?



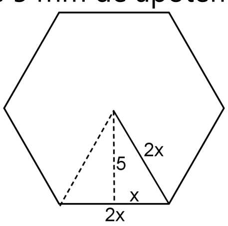
Solución

$2{,}06\ m^2 = 20600\ cm^2 \quad A(\text{octógono}) = A(\text{cuadrado}) - 4A(\text{triángulo})$

$20600 = 160^2 - 4\frac{x^2}{2} \Rightarrow 20600 = 25600 - 2x^2 \Rightarrow x = 50\ cm$

10.- Calcula la superficie que ocupa un panal de abejas que tiene 120 celdillas, si cada celdilla es un hexágono regular de 5 mm de apotema.

Solución



$(2x)^2 = x^2 + 5^2 \Rightarrow x \cong 3{,}5\ ;\ \text{lado} = 2x = 7$

$A = \frac{P\ .\ a}{2} = \frac{(7.6)\ .\ 5}{2} = 105\ mm^2$ (1 celdilla)

120 celdillas $\rightarrow 105.120 = 12600\ mm^2 = 126\ cm^2$

11.- Calcula el área comprendida entre un rectángulo de 12 cm de base y 15 cm de diagonal y el rombo inscrito en él

Solución

Sea x = ancho del rectángulo; $15^2 = 12^2 + x^2 \Rightarrow x = 9$.

A(comprendida) = A(rectángulo – A(rombo) = $12\ .\ 9 - \frac{12\ .\ 9}{2} = 54\ cm^2$.

12.- La forma de una baldosa es un hexágono regular de 5,4 cm de lado, y la de otra, un cuadrado de 12 cm de diagonal. ¿Cuál de las dos ocupa mayor superficie?

Solución

En el hexágono, si x = lado/2 $\Rightarrow 5{,}4^2 = x^2 + 2{,}7^2 \Rightarrow x \cong 4{,}68 \Rightarrow A = \frac{P\ .\ a}{2} = \frac{(5{,}4.6)\ .\ 4{,}68}{2} = 78{,}8\ cm^2$

En el cuadrado, si x = lado $\Rightarrow 12^2 = x^2 + x^2 \Rightarrow x^2 = 72 \Rightarrow A = x^2 = 72$. El hexágono tiene mayor superficie

Actividades del libro: 58, 62 (pág. 167) y 81 (pág. 168)

58. Calcula el lado y el área de un polígono regular de 12 lados sabiendo que su radio es de 7,727 dm, y su apotema, de 7,464 dm.

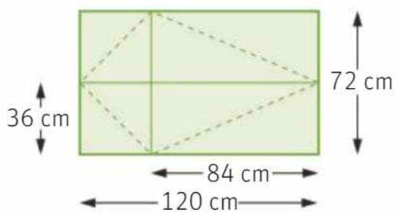
Solución

Si x = lado/2 $\Rightarrow 7{,}727^2 = x^2 + 7{,}464^2 \Rightarrow x \cong 2 \Rightarrow$ lado $\cong 4$ dm ; $A = \dfrac{P \, . \, a}{2} = \dfrac{(4.12)\,.\,7{,}464}{2} \cong 179 \text{ dm}^2$

62. Calcula el perímetro y el área de un triángulo isósceles inscrito en un cuadrado de lado 10 cm, si el lado desigual del triángulo coincide con uno de los lados del cuadrado y el vértice opuesto a dicho lado está situado en el punto medio del lado del cuadrado.

Solución: $A = \dfrac{\text{base . altura}}{2} = \dfrac{10 \, . \, 10}{2} = 50 \text{ cm}^2$

81. Para construir una cometa, se recorta la cartulina de la figura por las líneas de puntos.



Calcula el área de la cometa.

Solución

Calculamos el área de los triángulos de altura 84 cm y los de altura la diferencia hasta 120 cm. El área total será la suma de estos triángulos, dos veces cada uno de ellos.

Triángulos grandes:

$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{36 \cdot 84}{2} = 1512 \text{ cm}^2$$

Triángulos pequeños:

$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{36 \cdot (120 - 84)}{2} = 648 \text{ cm}^2$$

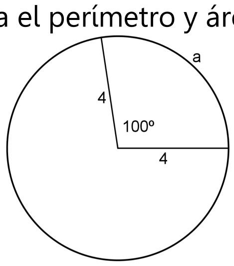
Área de la cometa:

$$A = 2 \cdot 1512 + 2 \cdot 648 = 4320 \text{ cm}^2$$

4.- PERÍMETROS Y ÁREAS EN FIGURAS CIRCULARES

1.- Calcula el perímetro y área de un sector circular de 100º y 4 cm de radio

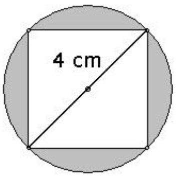
Solución

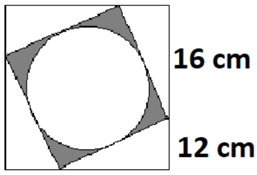


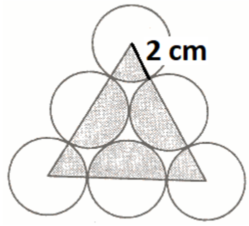
$$a = \frac{2\pi R . \, \alpha^{o}}{360^{o}} = \frac{2\pi . 4 . \, 100^{o}}{360^{o}} \cong 6{,}98 \Rightarrow P(\text{sector}) = 4 + 4 + 6{,}98 = 14{,}98 \text{ cm}$$

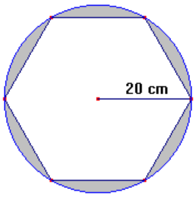
$$A(\text{sector}) = \frac{\pi R^2 . \, \alpha^{o}}{360^{o}} = \frac{\pi . 4^2 . \, 100^{o}}{360^{o}} \cong 13{,}96 \text{ cm}^2$$

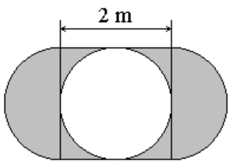
2.- Halla la superficie de la zona sombreada de cada figura:

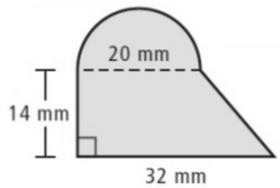
a) 

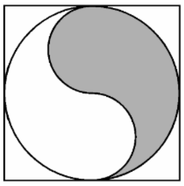
b) 

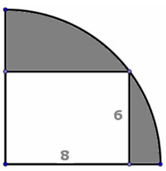
c) 

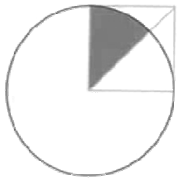
d) 

e) 

f) 

g)  lado del cuadrado: 20 cm

h) 

i)  lado del cuadrado: 20 cm

Solución

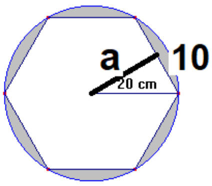
a) Sea $x =$ lado del cuadrado y $R = 2$ el radio del círculo $\Rightarrow 4^2 = x^2 + x^2 \Rightarrow x^2 = 8$.

$A(\text{sombreada}) = A(\text{círculo}) - A(\text{cuadrado}) = \pi R^2 - x^2 = \pi.2^2 - 8 \cong 4{,}57\ cm^2$

b) Por Pitágoras, el lado del cuadrado interior vale 20cm. El radio del círculo es, por tanto, 10 cm. $A(\text{sombreada}) = A(\text{cuadrado}) - A(\text{círculo}) = 20^2 - \pi.10^2 \cong 85{,}84\ cm^2$

c) La zona sombreada está formada por 3 semicírculos y 3 sectores de 60º (que juntos forman otro semicírculo). Luego, forman en total 2 círculos.

$A(\text{sombreada}) = 2A(\text{círculo}) = 2\pi R^2 = 2\pi.2^2 \cong 25{,}13\ cm^2$

d) 

$20^2 = a^2 + 10^2 \Rightarrow a \cong 17{,}3$. $A(\text{sombreada}) = A(\text{círculo}) - A(\text{hexágono}) =$

$= \pi.20^2 - \dfrac{(20.6).17{,}3}{2} \cong 218{,}64\ cm^2$

e) Los dos semicírculos encajan perfectamente en el círculo del centro formándose un cuadrado. Luego, $A(\text{sombreada}) = A(\text{cuadrado}) = 2^2 = 4\ m^2$

f) $A = A(\text{trapecio}) + A(\text{semicírculo}) = \dfrac{(32+20)14}{2} + \dfrac{\pi.10^2}{2} \cong 521{,}08\ mm^2$

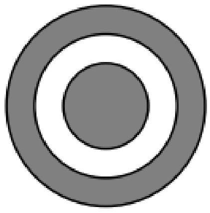
g) Recomponiendo, se trata de un semicírculo de radio 10 cm $\Rightarrow A = \pi.10^2{:}2 = 157\ cm^2$.

h) Sea x = diagonal del rectángulo = radio del cuarto de círculo $\Rightarrow x^2 = 8^2 + 6^2 \Rightarrow x = 10$

$A = A(\text{círculo})/4 - A(\text{rectángulo}) = \pi.10^2{:}4 - 8 . 6 = 30{,}5$

i) Es 1/8 de círculo de radio 20 cm $\Rightarrow A = A(\text{círculo})/8 = \pi.20^2{:}8 = 157\ cm^2$.

3.- En la diana de la figura, el círculo intermedio tiene un radio doble del que tiene el círculo pequeño y el círculo grande un radio triple del que tiene el círculo pequeño. La diana tiene una superficie total de 36π cm^2. ¿Cuál es el área de la corona blanca?



Solución

Los radios de los círculos serían r, 2r y 3r $\Rightarrow$ A(diana) = $36\pi \Rightarrow \pi(3r)^2 = 36\pi \Rightarrow 9\pi\, r^2 = 36\pi \Rightarrow r = 2$

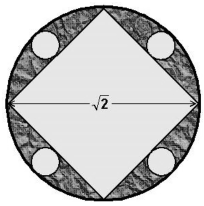
A(corona blanca) = $\pi(4^2 - 2^2) = 12\pi$ cm^2.

4.- Halla el radio mayor de un trapecio circular de 10 m^2 de área si abarca un ángulo $\alpha = 30°$ y el radio menor mide 2 m.

Solución

$$T = \frac{\pi(R^2 - r^2).\alpha}{360} \Rightarrow 10 = \frac{\pi(R^2 - 2^2).30}{360} = \frac{\pi(R^2 - 4)}{12} \Rightarrow \frac{120}{\pi} + 4 = R^2 \Rightarrow R = \sqrt{\frac{120}{\pi} + 4} \cong 6{,}5 \text{ m}$$

5.- Un fabricante de turrones decide embalar sus productos en cajas circulares como muestra la figura. Si la parte más oscura es usada para el papel de embalaje, encuentra la superficie útil para el turrón. (La medida está dada en dm). Expresa el resultado en cm^2 redondeado a las unidades



Solución

Sea l = lado del cuadrado $\Rightarrow l^2 + l^2 = \left(\sqrt{2}\right)^2 \Rightarrow 2l^2 = 2 \Rightarrow l = 1 \Rightarrow$ A(cuadrado) $1^2 = 1$

Sea r = radio círculo chico $\Rightarrow 4r + 1 = \sqrt{2} \Rightarrow r = \dfrac{\sqrt{2} - 1}{4} \cong 0{,}1 \Rightarrow$ A(círculo chico) = $\pi(0{,}1)^2 \approx 0{,}03$

A(parte útil) = A(cuadrado) + 4.A(círculo chico) = 1 + 4 . 0,03 = 1,12 dm^2 = 112 cm^2.

6.- Halla el área comprendida entre las circunferencias inscrita y circunscrita a un polígono regular de 16 m de lado y 6 m de apotema. (Redondea el resultado a las unidades)

Solución

Si r es el radio del polígono $\Rightarrow r^2 = 6^2 + 8^2 \Rightarrow r = 10$

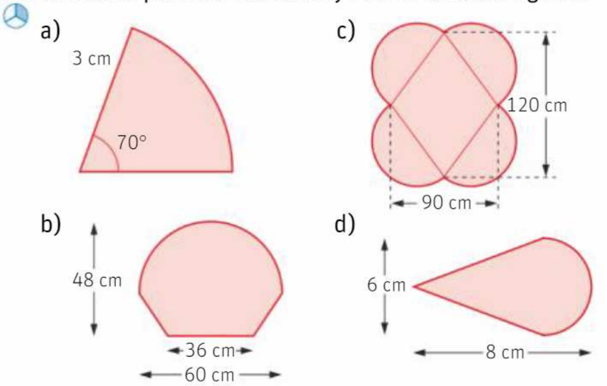
El área que piden es la de la corona circular de radios 10 y 6 $\Rightarrow A = \pi(10^2 - 6^2) = 64\pi \approx 201$ m^2.

Actividades del libro: 37, 38 (pág. 161), 60, 63, 65 (pág. 167) y 85 (pág. 169)

37. Calcula el área de un círculo inscrito en un cuadrado de lado 5 cm.

Solución: $A = \pi.2{,}5^2 \approx 19{,}6$ cm^2.

38. Calcula el perímetro exterior y el área de estas figuras:



Solución

a) Perímetro exterior: $P = 3 + 3 + \dfrac{2 \cdot \pi \cdot 3}{360} \cdot 70 = 9{,}67 \text{ cm}$ Área: $A = \dfrac{\pi \cdot 3^2}{360} \cdot 70 = 5{,}50 \text{ cm}^2$

b) Dividimos la figura en un semicírculo y un trapecio:

Semicírculo:

Perímetro exterior: $l = \dfrac{2 \cdot \pi \cdot 30}{360} 180 = 94{,}25 \text{ cm}$ Área: $A = \dfrac{\pi \cdot 30^2}{360} \cdot 180 = 1413{,}72 \text{ cm}^2$

Trapecio:

Para el trapecio necesitamos el lado: $l^2 = (48-30)^2 + \left(\dfrac{60-36}{2}\right)^2 = 18^2 + 12^2 \Rightarrow l = 21{,}63 \text{ cm}$

Perímetro exterior: $P = 21{,}63 \cdot 2 + 36 = 79{,}26 \text{ cm}$ Área: $A = \dfrac{B+b}{2} h = \dfrac{60+36}{2} 18 = 864 \text{ cm}^2$

Figura total:

Perímetro: $P = 79{,}26 + 94{,}25 = 173{,}51 \text{ cm}$ Área: $A = 864 + 1413{,}72 = 2277{,}72 \text{ cm}^2$

c) Dividimos la figura en cuatro semicírculos y un rombo. O lo que es equivalente, dos círculos y un rombo.

Rombo:

Lados del rombo (que será el diámetro de los círculos): $l^2 = \left(\dfrac{120}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{90}{2}\right)^2 = 60^2 + 45^2 \Rightarrow l = 75 \text{ cm}$

Área: $A = \dfrac{D \cdot d}{2} = \dfrac{120 \cdot 90}{2} = 5400 \text{ cm}^2$

Círculos:

Perímetro exterior: $l = (2 \cdot \pi \cdot 37{,}5) \cdot 2 = 471{,}24 \text{ cm}$ Área: $A = 2 \cdot (\pi \cdot r^2) = 2 \cdot (\pi \cdot 37{,}5^2) = 8835{,}73 \text{ cm}^2$

Figura total:

Perímetro: $P = l = 471{,}24 \text{ cm}$ Área: $A = 5400 + 8835{,}73 = 14253{,}73 \text{ cm}^2$

d) Dividimos la figura en un triángulo isósceles y un semicírculo de radio 3.

Triángulo:

Perímetro exterior: $\text{P} = 2 \cdot \left(\sqrt{5^2 + 3^2}\right) = 11{,}66 \text{ cm}$ Área: $A = \dfrac{b \cdot h}{2} = \dfrac{6 \cdot 5}{2} = 15 \text{ cm}^2$

Semicírculo:

Perímetro exterior: $l = \dfrac{2 \cdot \pi \cdot 3}{360} 180 = 9{,}42 \text{ cm}$ Área: $A = \dfrac{\pi \cdot 3^2}{360} \cdot 180 = 14{,}14 \text{ cm}^2$

Figura total:

Perímetro: $P = 11{,}66 + 9{,}42 = 21{,}08 \text{ cm}$ Área: $A = 15 + 14{,}14 = 29{,}14 \text{ cm}^2$

60. Calcula el área del segmento circular de amplitud 60º y de radio 2 cm.

Solución

El área del sector circular es:

$$A=\frac{\pi\cdot r^2}{360}\cdot\alpha=\frac{\pi\cdot 4}{360}\cdot 60=\frac{2\pi}{3}=2{,}09\ \text{cm}^2$$

Ahora calculamos el área del triángulo equilátero que sobra, sabiendo que la base son 2 cm y calculando la altura por Pitágoras.

$$h=\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3}\ \text{cm}$$

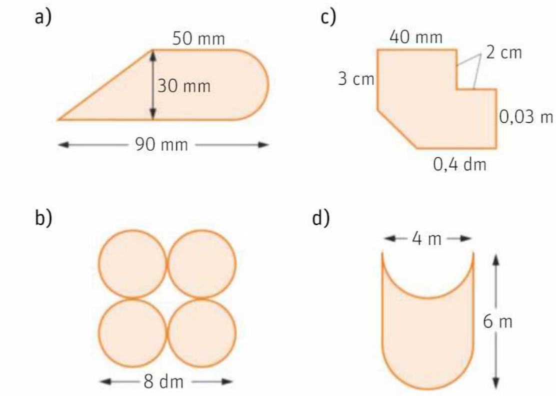
Área triángulo:

$$A=\frac{b\cdot h}{2}=\frac{2\cdot\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}\ \text{cm}^2$$

El área pedida es la resta:

$$A=2{,}09-\sqrt{3}=0{,}36\ \text{cm}^2$$

63. Calcula el perímetro y el área de las siguientes zonas sombreadas.



Solución

a) Dividimos la figura en un triángulo, un rectángulo y un semicírculo.

Área: $A=\frac{25\cdot 30}{2}+30\cdot 50+\frac{\pi\cdot 15^2}{2}=375+1500+353{,}43=2228{,}43\ \text{mm}^2$

Perímetro: $P=\sqrt{30^2+25^2}+25+50\cdot 2+\frac{2\cdot\pi\cdot 15}{2}=211{,}17\ \text{mm}$

b) El área es la suma del área de los cuatro círculos y el perímetro la suma de la longitud de las circunferencias. Las circunferencias tienen un radio de 2 dm.

Área: $A=4\cdot(\pi\cdot 2^2)=16\pi=50{,}27\ \text{dm}^2$

Perímetro: $P=4\cdot(2\cdot\pi\cdot 2)=16\pi=50{,}27\ \text{dm}$

c) Podemos considerar la figura como un rectángulo al que le faltan un triángulo rectángulo de lado 2 cm y un cuadrado de lado 2 cm. Además vamos a trabajar en cm para que sea más fácil operar.

Área: $A=A_R-A_T-A_C=6\cdot 5-\frac{2\cdot 2}{2}-2^2=30-2-4=24\ \text{cm}^2$

Perímetro: $P=3+4+2+2+3+4+\sqrt{2^2+2^2}=20{,}83\ \text{cm}$

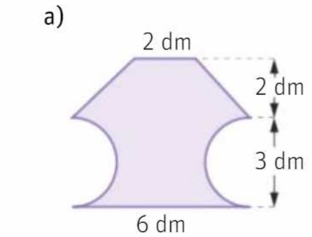
d) Podemos considerar la figura como un cuadrado de lado 4 m para calcular el área, ya que el semicírculo que falta por un lado sería el que sobresale por el otro. Para el perímetro podemos considerar la longitud de la circunferencia entera y dos de los lados del cuadrado.

Área: $A=4\cdot 4=16\ \text{m}^2$

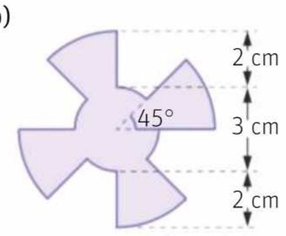
Perímetro: $P=4+4+2\cdot\pi\cdot r=4+4+4\pi=20{,}57\ \text{m}$

65. Calcula el perímetro y el área de las siguientes zonas sombreadas:

a)



b)



Solución

a) Perímetro: $P = 2 + 2\cdot\sqrt{2^2+2^2} + 2\cdot\pi\cdot 1,5 + 6 = 23,08$ cm

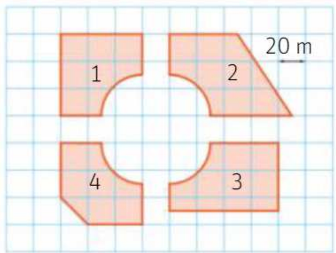
Área: $A = A_{Trapecio} + A_{Rectángulo} - A_{Círculo} = \dfrac{(6+2)\cdot 2}{2} + 6\cdot 3 - \pi\cdot 1,5^2 = 18,93\ \text{cm}^2$

b) Podemos considerar la figura como cuatro sectores circulares de un círculo de radio 3,5 cm y otros cuatro sectores de un círculo de radio 1,5 cm.

Perímetro: $P = 4\cdot\left(\dfrac{2\cdot\pi\cdot 3,5}{360}\cdot 45\right) + 4\cdot\left(\dfrac{2\cdot\pi\cdot 1,5}{360}\cdot 45\right) + 8\cdot 2 = 31,71$ cm

Área: $A = 4\cdot\left(\dfrac{\pi\cdot 3,5^2}{360}\cdot 45\right) + 4\cdot\left(\dfrac{\pi\cdot 1,5^2}{360}45\right) = 22,78\ \text{cm}^2$

85. Amalia quiere comprar una parcela en una nueva urbanización. Tiene la posibilidad de comprar una de las cuatro que aparecen en la figura, con un precio de 15 € cada metro cuadrado.



Ordena de menor a mayor las parcelas según su área y calcula el precio de cada una de ellas.

Solución

Parcela 1:

Calculamos el área del cuadrado de lado 60 m y le quitamos el área del cuarto de círculo de radio r.

$r = \sqrt{20^2 + 20^2} = \sqrt{800}$

$A = 60^2 - \dfrac{\pi\cdot r^2}{4} = 3600 - \dfrac{800\pi}{4} = 2971,68\ \text{m}^2$

Parcela 2:

Calculamos el área como el área del rectángulo menos el del cuarto de círculo de radio el mismo que el de la parcela anterior menos el área del triángulo rectángulo.

$A = 60\cdot 90 - \dfrac{800\pi}{4} - \dfrac{60\cdot 40}{2} = 5400 - \dfrac{800\pi}{4} - 1200 = 4200 - \dfrac{800\pi}{4} = 3571,68\ \text{m}^2$

Parcela 3:

Calculamos el área del rectángulo y le restamos la del cuarto de círculo de radio el mismo que el de las parcelas anteriores.

$A = 50\cdot 80 - \dfrac{800\pi}{4} = 4000 - \dfrac{800\pi}{4} = 3371,68\ \text{m}^2$

Parcela 4:

Calculamos el área como el área del cuadrado de lado 60 m, le quitamos el área del cuarto de círculo de radio el mismo que el de las parcelas anteriores y el área del triángulo rectángulo (esquina).

$A = 60^2 - \dfrac{800\pi}{4} - \dfrac{20\cdot 20}{2} = 3600 - \dfrac{800\pi}{4} - 200 = 2771,68\ \text{m}^2$

Parcela 4 < Parcela 1 < Parcela 3 < Parcela 2

Precios:

$P_1 = 2971,68\cdot 15 = 44575,20$ €

$P_2 = 3571,68\cdot 15 = 53575,20$ €

$P_3 = 3371,68\cdot 15 = 50575,20$ €

$P_4 = 2771,68\cdot 15 = 41575,20$ €