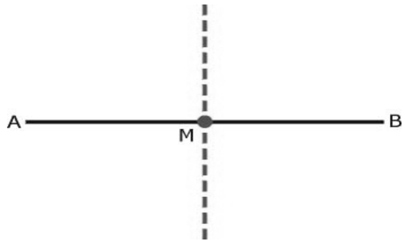
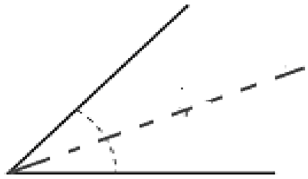
1.- LUGARES GEOMÉTRICOS

Se llama lugar geométrico a todos los puntos del plano que cumplen una propiedad geométrica determinada. Vamos a ver varios ejemplos de lugares geométricos:

Mediatriz de un segmento AB: Es el conjunto de puntos que equidistan de los extremos A y B.
La mediatriz es la recta perpendicular al segmento que pasa por su punto medio, M (la línea discontinua).

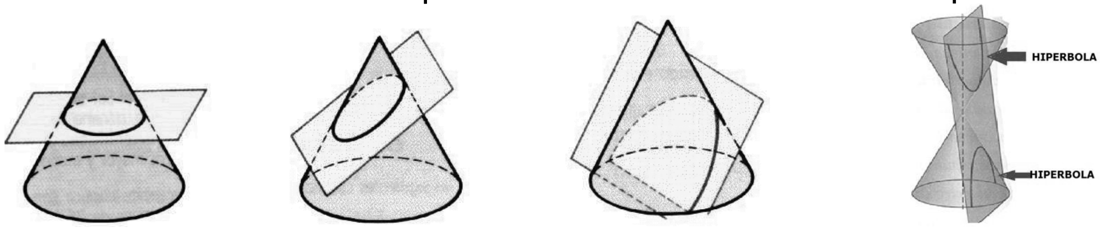


Bisectriz de un ángulo: Es el conjunto de puntos que equidistan de los lados del ángulo.
La bisectriz es la recta que divide al ángulo en dos partes iguales (la línea discontinua).

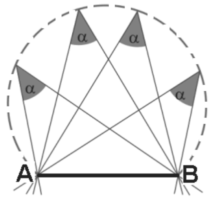


Las cónicas: Se llaman así a las curvas que se obtienen cuando cortamos un cono con un plano.

Circunferencia **Elipse** **Parábola** **Hipérbola**



Arco capaz de un ángulo α para el segmento AB: Es el conjunto de todos los puntos desde los cuales se ve el segmento AB bajo el mismo ángulo α . La línea con trazo discontinuo es el arco capaz



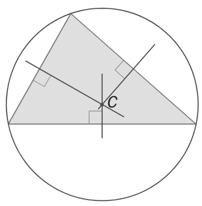
ACTIVIDADES

1.- Copia en tu cuaderno la definición de cada una de las cuatro cónicas como lugar geométrico y apréndetela. Ayúdate del libro (pág. 162 y 163).

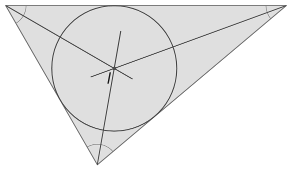
Actividades del libro (unidad 7): 41, 42 (pág. 163), 66 y 67 (pág. 167)

2.- PUNTOS Y RECTAS NOTABLES EN UN TRIÁNGULO

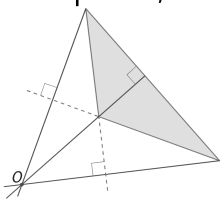
Mediatrices de un triángulo: Son las mediatrices de sus lados. Las tres mediatrices se cortan en un mismo punto, llamado *circuncentro*. El circuncentro, C, equidista de los vértices y es el centro de la circunferencia circunscrita al triángulo



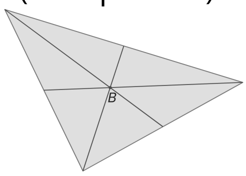
Bisectrices de un triángulo: Son las bisectrices de sus ángulos. Las tres bisectrices se cortan en un mismo punto, llamado *incentro*. El incentro, I, equidista de los lados y es el centro de la circunferencia inscrita al triángulo



Alturas de un triángulo: Son las rectas que pasan por un vértice y son perpendiculares al lado opuesto. Las tres alturas se cortan en un mismo punto, llamado *ortocentro*, O.

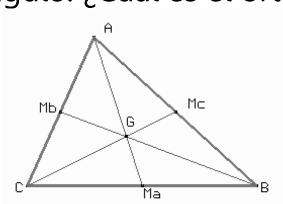


Medianas de un triángulo: Son las rectas que pasan por un vértice y por el punto medio del lado opuesto. Las tres medianas se cortan en un mismo punto, llamado *baricentro*, B.
La distancia del baricentro a un vértice es el doble que su distancia al punto medio del lado opuesto
Cada mediana divide al triángulo en dos triángulos de igual área.
El baricentro es el centro de gravedad del triángulo de modo que si sostenemos desde el baricentro, el triángulo se mantendrá paralelo al suelo (en equilibrio).



ACTIVIDADES

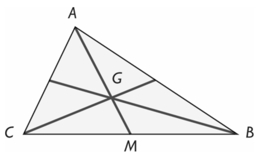
1.- Dibuja un triángulo rectángulo. ¿Cuál es el ortocentro?

2.- En el siguiente triángulo 

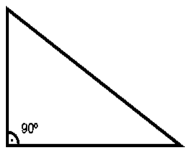
, la mediana AMa mide 6,9 cm .

Si G es el baricentro, calcula cuanto mide: a) GMa b) AG

3.- Sabiendo que AG mide 12 cm, siendo G el baricentro del triángulo, calcula la medida de la mediana AM.



4.- Si se traza una mediana en un triángulo de 12 cm^2 de superficie, ¿cuál es el área de cada uno de los triángulos que se obtienen?

5.- Considera el siguiente triángulo rectángulo isósceles 

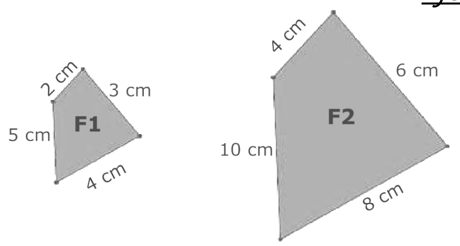
a) Dibuja el circuncentro trazando previamente las 3 mediatrices y comprueba que es el punto medio de la hipotenusa.
b) Si la hipotenusa mide 7 cm, ¿cuánto vale el radio de la circunferencia circunscrita al triángulo?

Actividades del libro (unidad 7): 13, 17 (pág. 155) y 84a) (pág. 169)

3.- SEMEJANZA DE FIGURAS

Dos figuras son semejantes cuando tienen la misma forma y las medidas de una son proporcionales a las de la otra.

Ejemplo:



Observa que $\frac{10}{5}=\frac{8}{4}=\frac{6}{3}=\frac{4}{2}=2$.

Las figuras F1 y F2 son semejantes porque los ángulos correspondientes son iguales y las medidas son proporcionales.

Esto significa que los lados de la figura F2 se obtienen multiplicando por 2 los lados de F1.

Si dos figuras F1 y F2 son semejantes, las medidas de la figura F2 se obtienen multiplicando las correspondientes medidas de F1 por un mismo número positivo, r, llamado *razón de semejanza*.

Si $r > 1$, entonces F2 es más grande que F1 Si $r < 1$, entonces F2 es menor que F1

La razón de semejanza se puede calcular dividiendo cualquier medida de F2 entre la correspondiente medida de F1.

Observa que también se cumple que la razón entre dos medidas de F1 es igual a la razón entre las correspondientes medidas de F2: $\frac{5}{4}=\frac{10}{8}$ $\frac{3}{2}=\frac{6}{4}$, etc

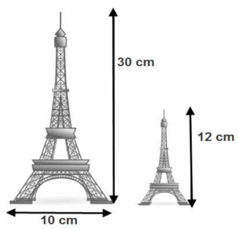
ACTIVIDADES

1.- Resuelve las siguientes cuestiones:

a) Si las dimensiones de una figura se multiplican por 0,2, ¿razona si la figura obtenida es mayor o menor que la figura inicial?

b) Dos triángulos tienen las siguientes medidas: Los lados del primero son: 6 cm, 10 cm, 12 cm; Los del segundo son: 18 cm, 30 cm, 36 cm. Indica si son o no semejantes y, en caso afirmativo, cuál es la razón de semejanza

2.- En una tienda de souvenir venden reproducciones de la Torre Eiffel de diferentes tamaños.

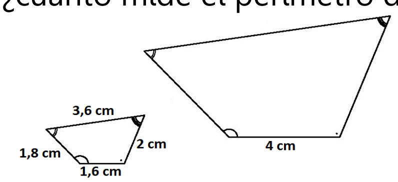


a) Calcula la razón de semejanza. b) ¿Cuánto mide el lado de la base de la pequeña?

c) Si el lado de la base de la auténtica Torre Eiffel es 108 m, ¿cuál es su altura?

3.- Una foto de 6,5 cm x 10,5 cm se amplía a un ancho de 13 cm. ¿Cuánto mide de largo la foto ampliada?

4.- Si los polígonos son semejantes, ¿cuánto mide el perímetro del polígono mayor?



4.- ESCALAS

Al realizar una representación, mediante un mapa o plano, las dimensiones se reducen en la misma proporción: Lo que representamos en el mapa o plano es semejante a la realidad.
Si un plano está hecho a escala E 1 : 250, entonces 1 cm del plano corresponde a 250 cm de la realidad.

La razón de semejanza plano-realidad es 250 : 1 = 250

La razón entre los perímetros de dos figuras semejantes coincide con la razón de semejanza, k:

$$\boxed{\frac{P'}{P} = r \Rightarrow P' = r\,P}$$

La razón entre las áreas de dos figuras semejantes coincide con el cuadrado de la razón de semejanza, k^2: $\boxed{\frac{A'}{A} = r^2 \Rightarrow A' = r^2\,A}$

Ejemplo: Una región tiene una superficie real de 3430 km^2. ¿Cuál será su superficie o área, en cm^2, en un mapa a escala 1 : 700 000?

Solución. La razón de semejanza es $r = 700000 = 7.10^5$. *Si A y A´ son las áreas*, $A' = 3430\ km^2 = 3430.10^{10}\ cm^2$

Como $A' = r^2 A \rightarrow A = \frac{A'}{r^2} = \frac{3430.10^{10}}{49.10^{10}} = 70\ cm^2$

ACTIVIDADES

1.- ¿Qué distancia real, en km, hay entre dos ciudades que están separadas por 40 cm en un mapa a escala 1 : 500 000?

2.- ¿Cuál es la escala de un mapa sabiendo que 80 km en la realidad vienen representados por 2 cm en el mapa?

3.- ¿Qué distancia, en cm, habrá entre dos pueblos de Granada distanciados en 18 km en un mapa a escala 1 : 600 000 ?

4.- En el plano de la vivienda de Rocío, su habitación es de 15 cm x 18 cm. Calcula las dimensiones reales si se sabe que el plano tiene una escala 1 : 21.

5.- Si en un mapa a escala 2 : 1000 la superficie de una región es 4 cm^2, ¿cuál es la superficie real?

6.- Una figura de 63 cm^2 de área tiene una superficie de 7 cm^2 en un plano.
a) ¿Cuál es la escala del plano?
b) Si el perímetro de la figura en el plano es 12 cm, ¿cuál es el perímetro en la realidad?

7.- Una figura de 1125 cm^2 de área tiene una superficie de 45 cm^2 en un plano.
a) ¿Cuál es la escala del plano?
b) ¿Cuántas veces es mayor el perímetro de la figura en la realidad que el perímetro de la figura en el plano?

8.- Una figura de 42 cm de perímetro tiene un perímetro de 7 cm en un plano.
a) ¿Cuál es la escala del plano?
b) Si la superficie en la realidad es 612 cm^2, ¿cuál es la superficie en el plano?

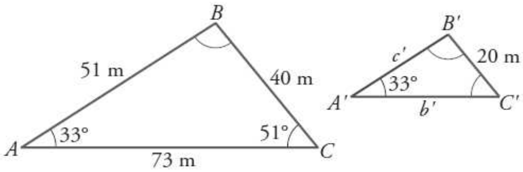
5.- SEMEJANZA EN LOS TRIÁNGULOS

Dos triángulos son semejantes si ocurre cualquiera de las siguientes tres cosas:
1) Tienen dos ángulos correspondientes iguales
2) Tienen los lados correspondientes proporcionales
3) Tienen un ángulo igual y los lados que lo forman son proporcionales

No es necesario comprobar las tres cosas a la vez

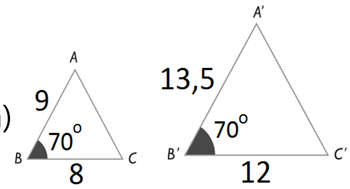
ACTIVIDADES

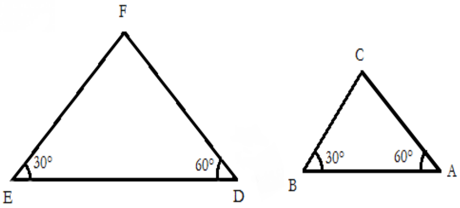
1.- Los siguientes triángulos son semejantes.

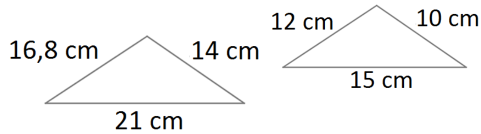


Halla la razón de semejanza y los lados y ángulos que faltan.

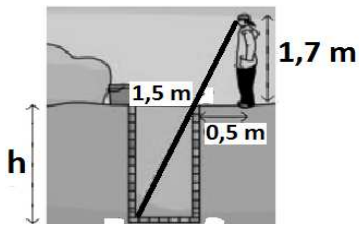
2.- Razona si las siguientes parejas de triángulos son semejantes:

a)


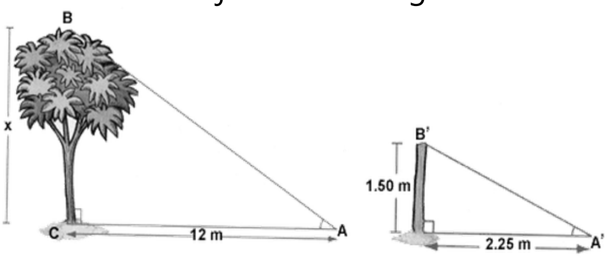
b)


c)


3.- Calcula la profundidad, h, del pozo usando la semejanza.



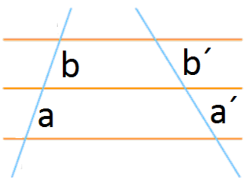
4.- Calcula la altura del árbol usando la semejanza de triángulos:



Actividades del libro: 49 y 52 (pág. 139)

6.- TEOREMA DE THALES

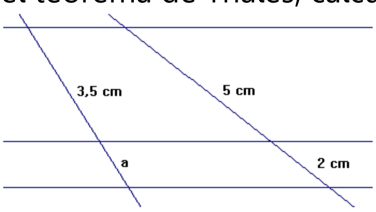
Si varias rectas paralelas son cortadas por dos secantes, los segmentos que determinan son proporcionales



$$\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}=\frac{a+b}{a'+b'}$$

También se cumple que $\frac{a}{b}=\frac{a'}{b'}$

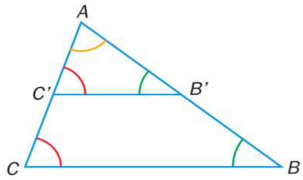
Ejemplo: Usando el teorema de Thales, calcula cuanto mide el segmento a:



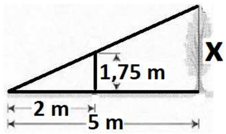
Sol. $\frac{a}{2}=\frac{3,5}{5} \Rightarrow a=\frac{3,5\ .\ 2}{5}=1,4\ cm$

Triángulos en posición de Thales

Dos triángulos están en posición de Thales si tienen un vértice común y los lados opuestos a dicho vértice son paralelos.

Por ejemplo, en la siguiente figura 

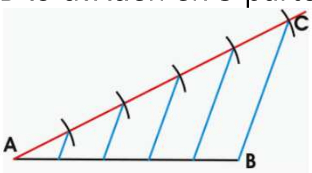
los triángulos ABC y AB´C´ están en posición de Thales. Estos triángulos siempre son semejantes porque tienen los ángulos iguales

Ejemplo: Usando la semejanza, calcula la altura x del árbol: 

Solución : *Sea x la altura del árbol. Como los triángulos son semejantes,* $\frac{5}{2}=\frac{x}{1,75}\Rightarrow x=\frac{5\,.\,1,75}{2}=4,375\ m$

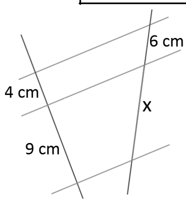
Usando el teorema de Thales se puede dividir cualquier segmento en partes iguales.

Ejemplo: dividamos un segmento AB en 5 partes iguales.
1º) Se dibuja el segmento AB y luego se traza una semirrecta desde A con la inclinación que se quiera
2º) Con el compás, con la apertura que se quiera, se trazan desde A 5 arcos iguales
3º) Se traza el segmento AC y se dibujan paralelas a dicho segmento (véase el dibujo)
Los puntos obtenidos en el segmento AB lo dividen en 5 partes iguales

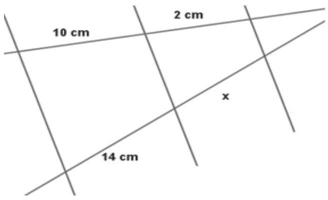


ACTIVIDADES

1.- Calcula el valor de la incógnita: a)



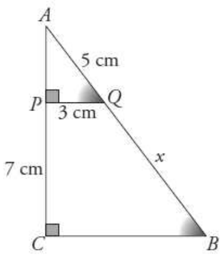
b)



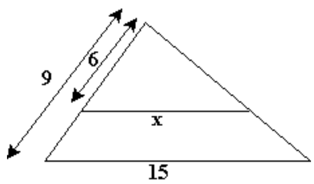
2.- Dibuja un segmento AB y utiliza el teorema de Thales para dividirlo en
a) 7 partes iguales b) 3 partes iguales c) 11 partes iguales

3.- Calcula el valor de x en las siguientes figuras:

a)



b)



4.- Calcula la altura del edificio