1.- REPASO: ECUACIONES Y REGLAS DE EQUIVALENCIA

Una ecuación es una igualdad en la que aparecen números, letras y operaciones entre ellos.
A las letras les llamamos incógnitas. Por ejemplo, $x + 2 = 5$, $x^2 - 5x + 6 = 0$, $3x - 7y = -3$ son ecuaciones.
Resolver una ecuación es averiguar lo que tiene que valer la incógnita para que se cumpla la igualdad. Por ejemplo, la solución de la ecuación $x + 2 = 9$ es $x = 7$, pues para $x = 7$ se cumple la igualdad.

Ecuaciones compatibles: Son las que tienen solución.
- Si tienen solución única se llaman *compatibles determinadas*. Por ejemplo, la ecuación $c + 2 = 9$ es compatible determinada porque la única solución es $x = 7$.
- Si son ciertas para cualquier valor de la incógnita se llaman *identidades*.
Por ejemplo, $x + 2 = 2 + x$ es una identidad porque se cumple para todos los valores de la x
- Si tienen infinitas soluciones se llaman *compatibles indeterminadas*. Por ejemplo, $x + y = 5$ tiene infinitas soluciones porque hay infinitas parejas de números que suman 5.

Ecuaciones incompatibles: Son las que no tienen solución. Por ejemplo, $x = x + 1$ es incompatible porque es imposible que un número sea igual que su consecutivo.

Algunas ecuaciones las podemos resolver por deducción.

Ejemplos:

1) $\sqrt{5x-4} = 6 \Rightarrow 5x - 4 = 36 \Rightarrow 5x = 40 \Rightarrow x = 5$ 2) $2^{3x-7} = 32 \Rightarrow 3x - 7 = 5 \Rightarrow 3x = 12 \Rightarrow x = 4$

3) $x(x + 1) = 132 \Rightarrow x = 11$ 4) $\frac{2x+6}{2} = 10 \Rightarrow 2x + 6 = 20 \Rightarrow 2x = 14 \Rightarrow x = 7$

Pero para resolver ecuaciones más complejas se suelen usar unas reglas, llamadas reglas de equivalencia. Con ellas pasamos de una ecuación a otra equivalente (con las mismas soluciones) pero más simple.

Se usan principalmente dos reglas:

1) *Regla de la suma*: Con esta regla se pueden pasar los términos de un miembro a otro cambiándolos de signo.

2) *Regla del producto*: Con esta regla, lo que multiplica a la incógnita pasa dividiendo al otro miembro de la ecuación y lo que divide a la incógnita pasa multiplicando.

Si la incógnita a despejar está elevada al cuadrado debemos hallar la raíz cuadrada: $x^2 = A \Rightarrow x = \sqrt{A}$

Podemos despejar la incógnita o variable en una ecuación o fórmula usando las reglas anteriores.

Ejemplo: Despeja la letra x en la fórmula $a = \frac{x^2 b - 2c}{3} \Rightarrow 3a + 2c = x^2 b \Rightarrow x^2 = \frac{3a+2c}{b} \Rightarrow \boxed{x = \sqrt{\frac{3a+2c}{b}}}$

Magia matemática

Un mago intenta adivinar el número que piensas para ello te dice: "Al número que piensas añádele 15, multiplícalo por 3, a lo que salga réstale 9, divídelo por 3 y finalmente réstale 8.
Ahora dime cuál es el número que resulta y te diré que número pensabas" Tú respondes: "30"
El mago te dice al instante: "El número en el que pensabas es el 26" ¿Cómo lo adivina tan rápido?
Solución: Sea x es el nº que pensaste,
$[(x+15).3 - 9]:3 - 8 = [3x+45 - 9]:3 - 8 = [3x+36]:3 - 8 = x + 12 - 8 = x + 4$
Luego, a la respuesta que das el mago le resta 4

ACTIVIDADES

1.- Resuelve por deducción las siguientes ecuaciones:

a) $\sqrt{3x+1}=5$ b) $3^{5x-13}=9$ c) $x(x+2)=63$ d) $\frac{5x-2}{3}=6$

2.- Usando las reglas de equivalencia despeja la variable que se pide:

a) $v = v_0 + at$, despeja a b) $F=\frac{9C}{5}+32$, despeja C c) $e = 3v - \frac{at^2}{2}$, despeja t

d) $a = \frac{x^2}{5}-2b$, despeja x e) $E=E_0+\frac{mx^2}{2}$, despeja x

3.- En química se estudia la relación entre el volumen y temperatura de un gas a presión constante, que es $\frac{V}{T'}=\frac{V'}{T}$. a) Despeja T´ en función de las demás variables

b) Si a presión constante un determinado gas ocupa un volumen de 6 m^3 a una temperatura de 20 ºC, ¿a qué temperatura ocupará un volumen de 15 m^3?

4.- Un estudio hecho a un tipo de sardinas revela que la velocidad "v", en cm/sg, con que nadan en función de su longitud "L", en cm y el nº de veces "n" que mueven sus aletas por segundo viene dada por la fórmula $v=\frac{L(3n-4)}{4}$. a) Despeja "n" en función de V y L

b) Una sardina de 16 cm de longitud nada a una velocidad de 224 cm/sg, ¿cuántas veces por segundo mueve sus aletas?

2.- REPASO: ECUACIONES DE PRIMER Y 2º GRADO

Ecuaciones de primer grado o lineales

Son ecuaciones donde la incógnita está elevada a 1 y se pueden escribir de la forma ax = b.
Por ejemplo, la ecuación 2x = 3 es de 1er grado.

Si al resolver la ecuación se llega a una identidad, por ejemplo 0 = 0, entonces la ecuación es una identidad y cualquier número es solución.

Si se llegara a una contradicción, por ejemplo 0 = 3, entonces la ecuación es incompatible, es decir no tiene solución.

Ecuaciones de 2º grado

Son aquellas en las que la incógnita está elevada al cuadrado. Se pueden escribir de la forma $ax^2 + bx + c = 0$, con $a \neq 0$.

Para resolver ecuaciones de 2º grado podemos usar la fórmula $\boxed{x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}}$

La expresión $D = b^2 - 4ac$ se llama discriminante de la ecuación. La fórmula es $\boxed{x=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}}$

Si D > 0 la ecuación tiene 2 soluciones, porque la raíz cuadrada nos da un nº positivo

Si D = 0 la ecuación tiene 1 solución (doble), porque la raíz cuadrada nos da cero

Si D < 0 la ecuación no tiene solución, porque no existe la raíz cuadrada de un número negativo

Ejemplo: $2x^2 + 3x - 2 = 0 \rightarrow D=b^2-4ac=3^2-4.2.(-2)=25>0 \Rightarrow x=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}=\frac{-3\pm\sqrt{25}}{2.2}=\frac{-3\pm5}{4}\rightarrow \begin{cases} x=\frac{2}{4}=\frac{1}{2} \\ x=\frac{-8}{4}=-2 \end{cases}$

Cuando la ecuación de 2º grado es <u>incompleta</u> conviene resolverla sin usar la fórmula.

- Si <u>falta el término de x</u> se despeja x^2 y se halla la raíz cuadrada:

$ax^2 + c = 0 \rightarrow x^2 = \frac{-c}{a} \rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{-c}{a}}$. *Ejemplo*: $64 - 25x^2 = 0 \rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{64}{25}} \rightarrow x = \pm\frac{8}{5}$

- Si <u>falta el término independiente</u> se saca factor común x:

$$ax^2 + bx = 0 \rightarrow x(ax + b) = 0 \rightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ ax + b = 0 \end{array}\right. \rightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \frac{-b}{a} \end{array}\right.$$

Ejemplo: $2x^2 + x = 0 \rightarrow x(2x + 1) = 0 \rightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ 2x + 1 = 0 \end{array}\right. \rightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \frac{-1}{2} \end{array}\right.$

Hay veces en que tenemos que aplicar propiedades, realizar operaciones o reducir a común denominador para llegar a una ecuación de primer o 2º grado.

Ejemplos:

1) $\frac{12}{2-3x} = \frac{-14}{2x+3}$

<u>Resolución</u>: $12(2x + 3) = -14(2 - 3x) \rightarrow 24x + 36 = -28 + 42x \rightarrow 64 = 18x \rightarrow x = \frac{64}{18} = \frac{32}{9}$

2) $\frac{x}{4} - \frac{5(x-1)}{6} = 1 - \frac{x+1}{12}$

<u>Resolución</u>: $\frac{x}{4} - \frac{5x-5}{6} = \frac{1}{1} - \frac{x+1}{12} \Rightarrow \frac{3x}{12} - \frac{10x-10}{12} = \frac{12}{12} - \frac{x+1}{12} \Rightarrow 3x - 10x + 10 = 12 - x - 1 \Rightarrow -6x = 1 \Rightarrow x = \frac{-1}{6}$

3) $3(x + 2)^2 + (x + 1)(x - 1) = 3x(x - 5) + 11$

<u>Resolución</u>: $3(x^2 + 4x + 4) + x^2 - 1 = 3x^2 - 15x + 11 \Rightarrow 3x^2 + 12x + 12 + x^2 - 1 - 3x^2 + 15x - 11 = 0$

$$x^2 + 27x = 0 \Rightarrow x(x + 27) = 0 \Rightarrow \begin{array}{l} x = 0 \\ x = -27 \end{array}$$

<u>Resolución de problemas usando ecuaciones</u>

Para resolver problemas usando ecuaciones lee el enunciado y extrae los datos y la incógnita. Escribe la ecuación que los relaciona. Resuelve la ecuación e indica cuál es la solución del problema. Por último, comprueba la solución.

Ejemplos

1) Jorge, Amalia y Lorena son aficionados a los videojuegos. Supongamos que Jorge tiene tres videojuegos más que Amalia y Lorena tiene la quinta parte de los que tiene Jorge.
Si entre los tres tienen 19 videojuegos, ¿cuántos videojuegos tiene cada uno?

<u>Resolución</u>:

Número de videojuegos de Jorge: $x + 3$

Número de videojuegos de Amalia: x $\Rightarrow x + 3 + x + \frac{x+3}{5} = 19 \Rightarrow 2x + 3 + \frac{x+3}{5} = 19$

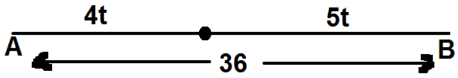
Número de videojuegos de Lorena: $\frac{x+3}{5}$

$$\frac{2x+3}{1} + \frac{x+3}{5} = \frac{19}{1} \Rightarrow \frac{10x+15}{5} + \frac{x+3}{5} = \frac{95}{5} \Rightarrow 11x = 77 \Rightarrow x = 7$$

Luego, Jorge tiene 10 videojuegos, Amalia 7 y Lorena 2

2) Dos pueblos A y B distan entre sí 36 km. Juan sale caminando de A hacia B a una velocidad de 4 km/h. Al mismo tiempo Roberto sale de B hacia A a 5 km/h. Calcula el tiempo que tardan en encontrarse y la distancia a cada pueblo.

Resolución: La distancia que recorre cada uno es igual a la velocidad por el tiempo t



$4t + 5t = 36 \rightarrow 9t = 36 \rightarrow t = 4$. Tardan 4 h en encontrarse.

Distancia al pueblo A: $4t = 4 . 4 = 16$ km Distancia al pueblo B: $5t = 5 . 4 = 20$ km

3) Un camión sale de Madrid a las 9 de la mañana a 80 km/h. Cuando lleva 20 minutos de camino sale un coche también de Madrid por la misma ruta a una velocidad de 90 km/h. ¿A qué distancia de Madrid alcanzará el coche al camión y a qué hora?

Resolución: Observa que $20 \text{ min} \xrightarrow{:60} \frac{20}{60}\text{h} = \frac{1}{3}\text{h}$.

Sea t el tiempo que está circulando el camión. Entonces el tiempo que está circulando el coche es 20 minutos menos, es decir, $t - \frac{1}{3}$

Como, evidentemente, los dos recorren la misma distancia desde que salen hasta que se encuentran:

$80t = 90(t - \frac{1}{3}) \Rightarrow 80t = 90t - 30 \Rightarrow 30 = 10t \Rightarrow t = 3$. La distancia sería entonces $80.3 = 240$

Por tanto, el coche alcanzará al camión a las 12 de la mañana a 240 km de Madrid

4) Halla la edad actual de Pedro si dentro de 11 años será la mitad del cuadrado de la edad que tenía hace 13 años.

Resolución: Edad actual de Pedro: x

Edad de Pedro dentro de 11 años: $x + 11 \Rightarrow x + 11 = \frac{(x-13)^2}{2} \rightarrow 2x + 22 = x^2 - 26x + 169$

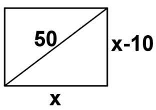
Edad de Pedro hace 13 años: $x - 13$

$x^2 - 28x + 147 = 0 \rightarrow x = \frac{28 \pm 14}{2}$ $x = \boxed{21 \text{ años}}$

$x = 7$ (no válida, pues Pedro tiene más de 13 años

5) Un solar tiene forma de rectángulo de 50 m de diagonal. El lado menor mide 10 menos que el mayor. Determina el perímetro y la superficie del solar.

Resolución:



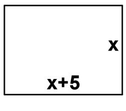
Usando el teorema de Pitágoras $50^2 = x^2 + (x - 10)^2 \rightarrow 2500 = x^2 + x^2 - 20x + 100$

$2x^2 - 20x - 2400 = 0 \rightarrow \xrightarrow{:2} x^2 - 10x - 1200 = 0 \rightarrow x = \frac{10 \pm 70}{2}$ $x = 40$; $x = -30$ (no válida)

La parcela sería de 40 m de largo y 30 m de ancho. Luego, el perímetro sería P = 40.2 + 30.2 = 140 m y el área A = 40 . 30 = 1200 m^2.

6) Calcula el perímetro de un jardín rectangular que mide 5 m más de largo que de ancho y cuya superficie vale 234 m^2.

Resolución:



$A = x(x+5) = 234 \Rightarrow x^2 + 5x - 234 = 0 \Rightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{961}}{2} \Rightarrow x = \frac{-5 \pm 31}{2} \Rightarrow$ $x = 13$; $x = -18$ (no válida)

Ancho: 13, Largo: 18. Perímetro: $2.13 + 2.18 = 62$ m

ACTIVIDADES

1.- Resuelve las siguientes ecuaciones: a) $\frac{3}{1-2x} = \frac{5}{6x+1}$ b) $5x = 2 - 3x^2$ c) $400x^2 + 2000x + 2500 = 0$

d) $81 - 49x^2 = 0$ e) $x = 5x^2$ f) $(x-1)(x+1) + 5(3x - x^2) = 2(x-2)^2 - 9$

g) $3(x+2)^2 + (x+1)(x-1) = 3x(x-5) + 11$ h) $(x-2)(x+2) - 3(x-1)^2 + 2(x - x^2) = 5$

2.- Halla dos números enteros consecutivos tales que la diferencia entre la tercera parte del mayor y la séptima parte del menor sea igual a la quinta parte del menor.

3.- En un zoológico el doble de panteras menos 7 es igual al número de tigres. La tercera parte de tigres, más 8 es igual al número de leones. Si en total son 17 animales, ¿cuántos animales hay de cada especie?

4.- Una señora va de compras y se gasta en el supermercado las $\frac{2}{5}$ partes de lo que lleva. Luego, se gasta las $\frac{3}{4}$ partes de lo que le queda en un reloj y le sobran 15 €. ¿Con cuánto dinero salió de casa?

5.- Un camión sale de Granada a Madrid a una velocidad de 75 km/h. A la misma hora sale de Madrid a Granada un coche a una velocidad de 100 km/h. Si la distancia entre Madrid y Granada es 420 km, calcula el tiempo que tardan en cruzarse y la distancia del punto de encuentro a cada una de las ciudades. Suponemos las velocidades constantes.

6.- A las 9 de la mañana sale una furgoneta de Granada a 70 km/h y 1,5 horas más tarde sale un coche por la misma carretera a 90 km/h. Halla a qué hora le alcanza y a qué distancia de Granada. Suponemos las velocidades constantes.

7.- Borja y María son novios y viven en Barcelona y Granada, respectivamente. Supongamos que la distancia de Granada a Barcelona es, aproximadamente, 900 km. Todos los sábados salen con su coche a las 10 de la mañana, María a 90 km/h y Borja a 60 km/h. Calcula a qué hora se encuentran y a qué distancia de Granada. Suponemos las velocidades constantes.

8.- Dos coches salen de Málaga por la mañana por la misma carretera, el primero a las 11 y el segundo a las 11 y media. El que sale primero va a 85 km/h y el segundo a 100 km/h.
Halla a qué hora alcanza el segundo coche al primero y a qué distancia de Málaga.
Suponemos las velocidades constantes.

9.- Dentro de siete años la edad de un alumno será el cuadrado de la edad que tenía hace cinco años. ¿Qué edad tiene hoy?

10.- Halla los metros de alambrada que hacen falta para cercar un jardín rectangular de 240 m^2 de superficie, sabiendo que el ancho es 8 m menor que el largo.

11.- Queremos construir una caja a partir de un cartón rectangular de dimensiones 24 cm x 18 cm, recortando en cada esquina un cuadradito de lado x.
a) Expresa la superficie de la caja en función de x
b) ¿Cuánto debe valer el lado del cuadradito para que la superficie de la caja sea 143 cm^2?

Actividades del libro: 12 (pág. 99), 24 (pág. 101) y 120 (pág. 120)

3.- ECUACIONES FACTORIZADAS Y DE GRADO SUPERIOR A DOS

Ecuaciones factorizadas

Son ecuaciones que vienen expresadas como un producto de factores igual a cero, es decir son de la forma p(x) . q(x). …. = 0. Para resolver este tipo de ecuaciones se iguala a cero cada factor y luego se resuelven las ecuaciones que resulten.

Ejemplo: $2x(3x-5)^2(x+1)(x^2+9)=0$

$$\begin{cases} 2x=0 \rightarrow x=0 \\ (3x-5)^2=0 \rightarrow 3x-5=0 \rightarrow x=\dfrac{5}{3} \\ x+1=0 \rightarrow x=-1 \\ x^2+9=0 \rightarrow x^2=-9 \text{ (no tiene solución)} \end{cases}$$

Ecuaciones de grado superior no factorizadas

Son aquellas de la forma p(x) = 0, siendo p(x) un polinomio de grado mayor que 2. Para resolverlas se factoriza el polinomio hasta obtener al menos factores de grado menor o igual que dos, quedando entonces una ecuación factorizada.

Ejemplo:

$4x^4-8x^3+5x^2-x=0$

$$x(4x^3-8x^2+5x-1)=0 \Rightarrow \begin{array}{c|cccc} & 4 & -8 & 5 & -1 \\ 1 & \downarrow & 4 & -4 & 1 \\ \hline & 4 & -4 & 1 & \lfloor 0 \end{array} \Rightarrow x(x-1)(4x^2-4x+1)=0$$

$$\boxed{x=0}\ ;\ x-1=0 \Rightarrow \boxed{x=1}\ ;\ 4x^2-4x+1=0 \Rightarrow x=\frac{4\pm 0}{8} \Rightarrow \boxed{x=\frac{1}{2}}$$

ACTIVIDADES

1.- Resuelve las ecuaciones: a) $x(x+3)=0$ b) $(x+1)(x-4)(x+2)(x-3)=0$

c) $x^4-x^3-36x^2+36x=0$ d) $x^4-5x^3+7x^2-3x=0$ e) $x^4-2x^3-5x^2+6x=0$

2.- Queremos construir una caja a partir de un cartón rectangular de dimensiones 24 cm x 18 cm, recortando en cada esquina un cuadradito de lado x.

a) Halla el volumen de la caja en función de x

b) ¿Cuántos cms debe tener el lado del cuadradito para que el volumen de la caja sea 640 cm^3?

Actividad del libro: 26 (pág. 102)

4.- SISTEMAS DE ECUACIONES

Concepto de ecuación lineal

Una ecuación lineal con dos incógnitas es la que se puede expresar de la forma ax + by = c, por ejemplo, 2x – 3y = 4 es una ecuación lineal con dos incógnitas.
Resolver una ecuación es averiguar el valor de las todas las incógnitas para que se cumpla la igualdad. En general, las ecuaciones lineales con dos o más incógnitas tienen infinitas soluciones.

Hay algunas ecuaciones lineales que no tienen solución. Por ejemplo, 0x + 0y = 5. Estas ecuaciones se llaman incompatibles

Interpretación gráfica de una ecuación lineal con dos incógnitas

Observa la ecuación 2x – y = 1. Si la representas gráficamente verás que la gráfica es una recta en el plano. Los puntos de la recta son precisamente las soluciones de la ecuación.
En general, una ecuación lineal con dos incógnitas se representa por una recta en el plano.
Cada punto de la recta se corresponde con una solución de la ecuación.

Concepto de sistema de ecuaciones lineales

Un sistema de ecuaciones lineales es un conjunto de dos o más ecuaciones lineales.

Por ejemplo, $\begin{cases} 2x-5y=-4 \\ x+3y=9 \end{cases}$ es un sistema de ecuaciones lineales.

Resolver un sistema es averiguar el valor de las incógnitas para que se cumplan todas las ecuaciones a la vez.

Clasificación de sistemas de ecuaciones lineales

Sólo existen tres tipos de sistemas de ecuaciones lineales en cuanto al número de soluciones:

$$\begin{cases} \textit{sistemas compatibles} \begin{cases} \text{determinados } (S.C.D.) \text{ (tienen solución única)} \\ \text{indeterminados } (S.C.I) \text{ (tienen infinitas soluciones)} \end{cases} \\ \textit{sistemas incompatibles } (S.I.) \text{ (no tienen solución)} \end{cases}$$

Si tenemos un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$

Se puede demostrar que $\begin{cases} \text{Si } \frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'} \Rightarrow \text{Es un S.C.D. Las ecuaciones representan rectas secantes.} \\ \text{La solución es el punto de corte} \\ \text{Si } \frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} \Rightarrow \text{Es un S.C.I. Las ecuaciones representan rectas coincidentes.} \\ \text{Si } \frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'} \Rightarrow \text{Es un S.I. Las ecuaciones representan rectas paralelas.} \end{cases}$

Ejemplos:

1) $\begin{cases} -10x+5y=-5 \\ 6x-3y=3 \end{cases}$ Como $\frac{-10}{6} = \frac{5}{-3} = \frac{-5}{3} \rightarrow$ S.C.I.(tiene infinitas soluciones) ; Interpretación geométrica: rectas coincidentes

2) $\begin{cases} x+2y=2 \\ x+y=-1 \end{cases}$ Como $\frac{1}{1} \neq \frac{2}{1} \rightarrow$ S.C.D.(tiene solución única) ; Interpretación geométrica: rectas secantes
Resolución gráfica: Se dibujan las rectas y se observa que se cortan en el punto $(-4,3)$. La solución es $x=-4, y=3$

3) $\begin{cases} -6x+3y=5 \\ 2x-y=1 \end{cases}$ Como $\frac{-6}{2} = \frac{3}{-1} \neq \frac{5}{1} \rightarrow$ S.I.(no tiene solución) ; Interpretación geométrica: rectas paralelas

Resolución de sistemas lineales con dos incógnitas

Los métodos más usados para resolver sistemas son el método de sustitución, igualación, reducción y el método gráfico. Se basan principalmente en la utilización de las reglas de equivalencia.

Método de sustitución: Consiste en despejar una incógnita en una ecuación y sustituirla en la otra u otras ecuaciones. De esta forma se llega a otro sistema con una incógnita menos. Si es necesario se vuelve a repetir el proceso hasta llegar a una ecuación con una incógnita.

Ejemplo: $\begin{cases} x+y=-1 \\ 2x-3y=18 \end{cases}$ $x = -1 - y$. Sustituimos: $2(-1-y) - 3y = 18$. Resolviendo obtenemos $y = -4$.

Hallamos x: $x = -1 - y = -1 - (-4) \rightarrow x = 3$

Método de igualación: Consiste en despejar la misma incógnita en las todas las ecuaciones y luego igualar las expresiones obtenidas. De esta forma se llega a otro sistema con una incógnita menos. Se vuelve a repetir el proceso hasta llegar a una ecuación con una incógnita.

Método de reducción: Consiste en buscar otro sistema equivalente, o sea con las mismas soluciones, en el que los coeficientes de la x (o de la y) sean números iguales u opuestos. Esto se consigue multiplicando las ecuaciones por números adecuados. Luego se suman o restan las ecuaciones, según convenga para llegar a tener una sola incógnita. *Ejemplo*: $\begin{cases} 3x+4y=-6 \\ 2x-7y=25 \end{cases}$

$$\underline{\text{Resolución}}: \begin{cases} (3x+4y=-6).2 \\ (2x-7y=25).3 \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{r} -\begin{cases} 6x+8y=-12 \\ 6x-21y=75 \end{cases} \\ \hline 29y=-87 \Rightarrow \boxed{y=-3} \end{array} \Rightarrow 3x+4(-3)=-6 \Rightarrow 3x-12=-6 \Rightarrow \boxed{x=2}$$

Método gráfico: Resolver un sistema de ecuaciones gráficamente consiste en averiguar cómo son las rectas, de qué tipo es el sistema y, en caso de que sea compatible determinado, dibujar las rectas y hallar la solución.

Ejemplo:

$\begin{cases} 2x-y=0 \\ x+y=6 \end{cases}$ *Solución*: Como $\frac{2}{1} \neq \frac{-1}{1}$ las rectas son secantes. Es un SCD (solución única)

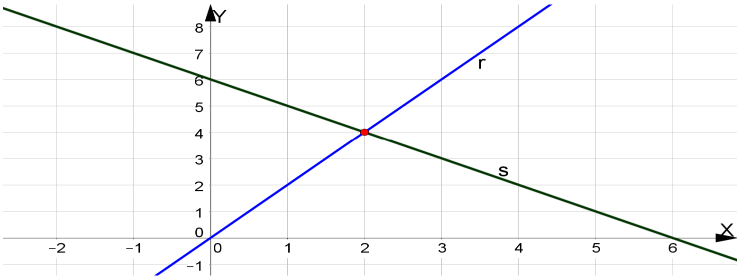
Despejamos y en las ecuaciones: r : y = 2x s : y = 6 – x

recta r:

x	0	1
y	0	2

recta s:

x	0	1
y	6	5



Observamos que el punto de corte es (2, 4). Luego, la solución del sistema es x = 2, y = 4 .

Resolución de problemas usando sistemas

Para resolver problemas usando sistemas de ecuaciones lee el enunciado, extrae los datos y las dos incógnitas. Después debes obtener las dos ecuaciones que los relaciona.
Resuelve el sistema e indica cuál es la solución del problema. Por último, comprueba la solución.

Ejemplos

1) Un librero vende 84 libros a dos precios distintos: unos a 4,50 €, y otros a 3,60 €, obteniendo de la venta 310,50 €. ¿Cuántos libros vendió de cada clase?

$$\underline{\text{Resolución}}: \begin{array}{l} x = \text{nº de libros de } 4{,}50\,€ \\ y = \text{nº de libros de } 3{,}60\,€ \end{array} \Rightarrow \begin{cases} x+y=84 \\ 4{,}50x+3{,}60y=310{,}50 \end{cases} \xrightarrow{.10} \begin{cases} x+y=84 \\ 45x+36y=3105 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x+y=84).45 \\ 45x+36y=3105 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 45x+45y=3780 \\ 45x+36y=3105 \end{cases} \xrightarrow{\text{restando las ecuaciones}} 9y=675 \rightarrow y=75$$

Como $x+y=84 \rightarrow x=9$. Luego, vendió 9 libros de 4,50 € y 75 de 3,60 €

2) Un comerciante mezcla aceite de 1,10 €/litro con otro aceite de 0,80 €/litro para conseguir 6 litros de aceite a un precio de 0,90 €/litro. ¿Cuántos litros de aceite ha mezclado de cada tipo?

$$\underline{\text{Resolución}}: \begin{array}{l} x = \text{nº de litros de aceite de } 1{,}10\,€/l \\ y = \text{nº de litros de aceite de } 0{,}80\,€/l \end{array} \Rightarrow \begin{cases} x+y=6 \\ 1{,}10x+0{,}80y=0{,}90\,.\,6 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+y=6 \\ (1{,}10x+0{,}80y=5{,}4).10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=6 \\ 11x+8y=54 \end{cases} \xrightarrow{\text{por reducción}} \begin{cases} (x+y=6).8 \\ 11x+8y=54 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 8x+8y=48 \\ 11x+8y=54 \end{cases} \xrightarrow{\text{restando las ecuaciones}} -3x=-6$$

$x=2$. Como $x+y=6 \rightarrow y=4$. Luego, tiene que mezclar 2 litros del primer tipo y 4 del segundo

3) Hace 5 años un padre tenía el cuádruplo de la edad de su hijo y dentro de 15 años tendrá el doble. Halla la edad actual del padre y del hijo.

$$\underline{\text{Resolución}}: \begin{matrix} x = \text{edad actual del padre} \\ y = \text{edad actual del hijo} \end{matrix} \Rightarrow \begin{cases} x-5 = 4(y-5) \\ x+15 = 2(y+15) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x-4y = -15 \\ x-2y = 15 \end{cases}$$

restando las ecuaciones: $-2y = -30 \rightarrow y = 15$. Como $x-2y = 15 \rightarrow x = 45$.

Luego, el padre tiene 45 años y el hijo 15 años

4) Ismael y Lucía fueron a pescar. Al final del día Lucía dijo: "Si tú me das uno de tus peces, entonces yo tendré el doble que tú". Ismael le respondió: "Pero si tú me dieras uno de tus peces entonces yo tendría el mismo número de peces que tú". ¿Cuántos peces tenía cada uno al principio?

$$\underline{\text{Resolución}}: \begin{matrix} x = \text{nº de peces de Ismael} \\ y = \text{nº de peces de Lucía} \end{matrix} \Rightarrow \begin{cases} y+1 = 2(x-1) \\ x+1 = y-1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x-y = 3 \\ x-y = -2 \end{cases}$$

restando las ecuaciones: $x = 5$. Como $x-y = -2 \rightarrow y = 7$.

Luego, Ismael tenía 5 peces y Lucía 7 peces

ACTIVIDADES

1.- Resuelve las siguientes cuestiones:

a) Si al resolver por el método gráfico un sistema de ecuaciones se obtienen dos rectas que se cortan en el punto de coordenadas (5, 2). ¿Cuál es la solución del sistema?

b) Si al resolver por el método gráfico un sistema de ecuaciones se obtienen dos rectas paralelas. ¿Cuántas soluciones tiene el sistema?

2.- Clasifica los siguientes sistemas e indica cómo son las rectas que forman el sistema:

a) $\begin{cases} -6x+8y = -2 \\ 3x-4y = 7 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 9x-7y = 31 \\ 6x+11y = 52 \end{cases}$

3.- Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones: a) $\begin{cases} 5x+4y = -8 \\ x-6y = -5 \end{cases}$ por sustitución y reducción

b) $\begin{cases} 4x+5y = 17 \\ 6x-7y = -18 \end{cases}$ por igualación y reducción c) $\begin{cases} 3x+y = -7 \\ 2x-y = -8 \end{cases}$ por reducción y por el método gráfico

4.- El precio de dos bocadillos y dos refrescos es de 4,20 €. En cambio, un bocadillo y tres refrescos cuestan 4,50 €. Calcula el precio de cada cosa.

5.- Juan y Roberto comentan: Juan: "Si yo te cojo 2 monedas, tendré tantas como tú"
Roberto dice: "Sí, pero si yo te cogiera 4, entonces tendría 4 veces más que tú". ¿Cuántas monedas tiene cada uno?

6.- En una granja, entre gallinas y conejos hay 20 cabezas y 52 patas. ¿Cuántas gallinas y cuántos conejos hay en la granja?

7.- Hace 8 años la edad de Luis era siete veces la edad de su sobrina Lucía. Pero dentro de 12 años sólo será el doble. Halla la edad actual de cada uno.

8.- Una pizzería tiene dos tipos de pizzas, "margarita" a 4 € y "cuatro quesos" a 6 €.
Una noche vendieron 45 pizzas y se recaudaron 226 €. ¿Cuántas pizzas se vendieron de cada clase?

9.- Un comerciante dispone de dos clases de café, de Colombia a 3,60 €/kg y de Brasil a 4,80 €/kg. ¿Cuántos kg tiene que mezclar de cada clase para obtener 300 kg de una mezcla a 4,50 €/kg?

Actividades del libro: 57 (pág. 111) y 84 (pág. 117)