1.- POTENCIAS DE BASE RACIONAL Y EXPONENTE ENTERO

Repaso: potencias de base racional y exponente no negativo

Base positiva: $\underset{\text{Base}}{a}^{\overset{\text{Exponente}}{n}}$ $\rightarrow a^n = \underbrace{a.\dots.a}_{\text{n veces}}$ Por ejemplo, $4^3 = 4.4.4 = 64$

Base negativa:

si n es par, $\boxed{(-a)^n = a^n}$. Por ejemplo, $(-3)^4 = 3^4 = 81$

si n es impar, $\boxed{(-a)^n = -a^n}$. Por ejemplo, $(-2)^5 = -\,2^5 = -32$

Opuesta de una potencia: Para calcular la opuesta de una potencia primero se calcula la potencia y luego se le cambia de signo. Ejemplos: $-3^2 = -9$ $\quad -(-3)^2 = -9$ $\quad -2^3 = -8$ $\quad -(-2)^3 = -(-8) = 8$

Base fraccionaria: $\boxed{\left(\dfrac{a}{b}\right)^m = \dfrac{a^m}{b^m}}$. Por ejemplo, $\left(\dfrac{-2}{5}\right)^3 = \dfrac{(-2)^3}{5^3} = \dfrac{-8}{125}$

Base decimal: A veces para calcular la potencia de un decimal exacto o periódico conviene pasarlo primero a fracción irreducible y luego calcular la potencia de la fracción. Ejemplo, $\left(0,\widehat{6}\right)^2 = \left(\dfrac{2}{3}\right)^2 = \dfrac{4}{9}$

Potencias de base racional y exponente negativo

Veamos ahora como se pueden calcular potencias cuando el exponente es un número entero negativo de forma que se sigan cumpliendo las propiedades de las potencias.
Empecemos con un caso concreto, por ejemplo 3^{-2}.

Observa: $3^{-2} = \dfrac{3^0}{3^2} = \dfrac{1}{3^2}$ En general: $a^{-m} = \dfrac{a^0}{a^m} = \dfrac{1}{a^m} \Rightarrow \boxed{a^{-m} = \dfrac{1}{a^m}}$

Casos especiales:

$7^{-1} = \dfrac{1}{7^1} = \dfrac{1}{7} \Leftarrow$ Inverso de 7. En general, $\boxed{a^{-1} = \dfrac{1}{a} \Leftarrow \text{inverso de } a}$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-1} = \frac{2^{-1}}{3^{-1}} = \frac{1/2}{1/3} = \frac{3}{2} \Leftarrow \text{inverso de } \frac{2}{3}. \text{ En general, } \boxed{\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a} \Leftarrow \text{inverso de } \frac{a}{b}}$$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^{-2} = \left[\left(\frac{3}{5}\right)^{-1}\right]^2 = \left(\frac{5}{3}\right)^2 = \frac{5^2}{3^2} = \frac{25}{9}. \text{ En general, } \boxed{\left(\frac{a}{b}\right)^{-m} = \left(\frac{b}{a}\right)^m}$$

Ejercicios resueltos:

1) $\dfrac{3^7 . 9^4}{3^{17}} \rightarrow \dfrac{3^7 . (3^2)^4}{3^{17}} = \dfrac{3^7 . 3^8}{3^{17}} = \dfrac{3^{15}}{3^{17}} = 3^{-2} = \dfrac{1}{3^2} = \dfrac{1}{9}$

2) $\dfrac{\left(x^{-2}\right)^{-3} y^2}{\left(x^{-2}y^3\right)^4 y^{-10}} = \dfrac{x^6y^2}{x^{-8}y^{12}y^{-10}} = x^{6+8}y^{2-12+10} = x^{14}y^0 = x^{14}$

Transformación de una fracción en un producto: Fíjate : $\frac{5}{2} = 5 \,.\, \frac{1}{2} = 5 .\, 2^{-1}$ En general, $\boxed{\frac{a}{b} = a .\, b^{-1}}$

Ejemplos: $\frac{x}{y^3} = xy^{-3}$ $\frac{3a}{5b^{-2}} = \frac{3ab^2}{5}$

Repaso: propiedades más importantes de las potencias

$\boxed{a^m a^n = a^{m+n}}$. Por ejemplo, $3^7 3.3^4 = 3^{7+1+4} = 3^{12}$ $\boxed{a^m : a^n = \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}}$. Por ejemplo, $\frac{2^7}{2} = 2^{7-1} = 2^6$

$$\left\{\begin{array}{l} \frac{2^3}{2^3} = 2^{3-3} = 2^0 \\ \\ \frac{2^3}{2^3} = \frac{8}{8} = 1 \end{array}\right. \Rightarrow 2^0 = 1$$

En general, un número elevado a 0 es igual a 1: $\boxed{a^0 = 1}$.

$$\left\{\begin{array}{l} \frac{2^4}{2^3} = 2^{4-3} = 2^1 \\ \\ \frac{2^4}{2^3} = \frac{16}{8} = 2 \end{array}\right. \Rightarrow 2^1 = 2$$

. En general, un número elevado a 1 es igual al mismo número: $\boxed{a^1 = a}$

$\boxed{\left(a^m\right)^n = a^{mn}}$. Por ejemplo, $\left(2^7\right)^3 = 2^{21}$ $\boxed{a^m b^m = (ab)^m}$. Por ejemplo, $2^7 5^7 = (2.5)^7 = 10^7$

$\boxed{(ab)^m = a^m b^m}$. Por ejemplo, $(2.3)^4 = 2^4 3^4$ $\boxed{\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m}$. Por ejemplo, $\frac{20^9}{2^9} = \left(\frac{20}{2}\right)^9 = 10^9$

Potencias en la calculadora científica: Cualquier potencia se puede hallar con la calculadora científica CASIO. El proceso es: base $\boxed{\wedge}$ exponente $\boxed{=}$. Por ejemplo, 2^{15} se calcula así 2 $\boxed{\wedge}$ 15 $\boxed{=}$. Da 32 768

Jerarquía de operaciones

Para realizar operaciones combinadas en las que aparezcan potencias debemos tener en cuenta que primero se calculan las potencias, luego las multiplicaciones y divisiones, de izquierda a derecha y al final las sumas y restas. Si hubiese paréntesis se realizan primero las operaciones que hay dentro siguiendo el orden anterior

Ejemplos:

1) $-1 + 3.(-2)^{-3} - \left(\frac{-2}{5}\right)^{-2} : (-2) = -1 + 3.\frac{-1}{8} - \left(\frac{5}{-2}\right)^2 : (-2) = -1 + \frac{-3}{8} - \frac{25}{4} : (-2) = -1 + \frac{-3}{8} - \frac{25}{-8} = \frac{-8}{8} + \frac{-3}{8} - \frac{-25}{8} = \frac{14}{8} = \boxed{\frac{7}{4}}$

2) $\left[\left(3.\frac{1}{2}\right)^{-2} - 5.\frac{1}{6} \right] : \left(\frac{1}{64} + \frac{1}{8}\right) = \left[\left(\frac{3}{2}\right)^{-2} - \frac{5}{6} \right] : \frac{9}{64} = \left[\frac{4}{9} - \frac{5}{6} \right] : \frac{9}{64} = \frac{-7}{18} : \frac{9}{64} = \frac{-224}{81}$

ACTIVIDADES

1.- Usa la definición de potencia de exponente entero para calcular las siguientes potencias dejando el resultado debe en forma de fracción irreducible o como un número entero

a) $\left(\frac{-3}{2}\right)^{-4}$ b) 2^{-3} c) $-\left(\frac{-3}{5}\right)^{-2}$ d) $(-5)^{-3}$ e) $\left(\frac{-1}{2}\right)^{-5}$ f) $-(-3)^{-2}$ g) $\left(\frac{-1}{4}\right)^{-3}$

2.- Usando propiedades de las potencias reduce lo máximo posible: a) $\left(\dfrac{a^3b^{-4}}{a^4b^{-1}}\right)^{-3}$ b) $\dfrac{\left(x^{-4}\right)^{-1}y^2}{\left(x^{-3}y^2\right)^2y^{-2}}$

3.- Desarrolla la potencia $(-5xy^3z)^4$

4.- Expresa sin que aparezcan denominadores y después calcula el valor, si fuese posible:

a) $\dfrac{1}{x^6}$ b) $\dfrac{1}{2^{-5}}$ c) $\dfrac{2}{x^{-4}}$ d) $\dfrac{3}{7.2^{-3}5^2}$

5.- Aplica propiedades de las potencias para reducir lo máximo posible. Después calcula dejando el resultado como fracción irreducible o como un número entero:

a) $\dfrac{3^{-5}.4^{-5}}{(-6)^5}$ b) $\dfrac{-(-2)^9(-2)^{16}(-2)}{[(-2)^4]^3[(-2)^2]^6}$ c) $\dfrac{2^7.8^4}{2^{20}}$ d) $\dfrac{16^{-2}\cdot3^{-3}\cdot4^2}{27^{-2}\cdot6^3\cdot2^{-3}}$

6.- Realiza las siguientes operaciones dejando el resultado en forma de fracción irreducible

a) $(-4)^{-1} - (-2)^{-1} + (2.3^{-1})^{-2} - (-1)^{-824}$ b) $(3.2^{-3}-5.2^0):(2^{-2}+6^{-1})$ c) $\dfrac{1}{2}.3^{-1} - 1:\left(\dfrac{-4}{3}\right)^{-2}$

Actividades del libro: 8 (pág. 33), 52 y 53 (pág. 46)

2.- NOTACIÓN CIENTÍFICA

Potencias de base 10

Observa: $10^1 = 10$ $10^2 = 10 . 10 = 100$ $10^3 = 10 . 10 . 10 = 1000$ etc .

$\boxed{10^m = 1\underbrace{0........0}_{\text{m ceros}}}$. *Ejemplo*: $10^8 = 100\,000\,000$

Observa: $10^{-1} = \dfrac{1}{10^1} = \dfrac{1}{10} = 0{,}1$ $10^{-2} = \dfrac{1}{10^2} = \dfrac{1}{100} = 0{,}01$ $10^{-3} = \dfrac{1}{10^3} = \dfrac{1}{1000} = 0{,}001$ etc

$\boxed{10^{-m} = \underbrace{0,........0}_{\text{m ceros}}1}$. *Ejemplo*: $10^{-7} = 0{,}000\,0001$

Producto de un número por una potencia de base 10

Se desplaza la coma tantos lugares como indica el exponente, hacía adelante si el exponente es positivo y hacía atrás si es negativo. *Ejemplos*: $3{,}25.\ 10^3 = 3250$ $3{,}25.\ 10^{-3} = 0{,}00325$

Notación científica

Un número está escrito en notación científica si es de la forma $A . 10^n$, siendo A un número con una cifra entera no nula, llamado coeficiente y el exponente n un número entero, llamado orden de magnitud. *Ejemplos*: $2{,}5 . 10^7$ y $1{,}75 . 10^{-6}$ son expresiones en notación científica.

La notación científica nos ayuda a poder expresar de forma más sencilla cantidades demasiado pequeñas o demasiado grandes.
Esta notación no solamente abrevia la expresión del número, sino que además es muy útil en los cálculos.
Esta notación se llama científica porque su uso se ha generalizado modernamente en muchas ciencias, tales como Física, Química, Astronomía, Biología y otras.
La velocidad de la luz, las distancias de unas estrellas a otras, las deudas públicas de algunos países, son cantidades que requieren grandes números para su representación (en términos de unidades usuales). El peso de un átomo, la longitud de una onda luminosa, el diámetro de la órbita de un electrón, son cantidades que, por el contrario, requieren números muy pequeños para su representación.

Cualquier número se puede expresar en notación científica.

Ejemplos:

$$\overbrace{378\,500\,000\,000}^{11\ \text{cifras}} = \underbrace{3{,}785.10^{11}}_{\text{Notación científica}} \rightarrow \text{Orden de magnitud}: 11$$

$$\overbrace{0{,}000\,000\,000\,00}^{12\ \text{ceros}}706 = \underbrace{7{,}06.10^{-12}}_{\text{Notación científica}} \rightarrow \text{Orden de magnitud}: -12$$

El orden de magnitud indica lo grande o pequeño que es un número: Si el exponente es positivo el número es "grande" y si es negativo es "pequeño"

Dados dos números, es mayor el que tenga mayor orden de magnitud

Ejemplos: $3{,}5 \,.\, 10^{15} > 8{,}7 \,.\, 10^{12}$ $\qquad 1{,}35 \,.\, 10^{-6} > 4 \,.\, 10^{-7}$.

Si tienen el mismo orden de magnitud, es mayor el que tenga mayor coeficiente

Ejemplos: $3{,}75.10^{7} > 2{,}25.10^{7}$ $\qquad 9{,}45.10^{-4} > 7{,}2.10^{-4}$.

Notación científica en la calculadora

Las expresiones de un número por una potencia de 10 se pueden introducir en la calculadora científica CASIO usando la tecla EXP. El proceso es coeficiente $\boxed{\text{EXP}}$ exponente $\boxed{=}$.

Por ejemplo, la forma de introducir $2{,}756.10^{-12}$ es: 2.756 $\boxed{\text{EXP}}$ $\boxed{(-)}$ 12 $\boxed{=}$.

Aparecerá en la pantalla $2.756^{\times 10^{-12}}$ que significa $2{,}756.\,10^{-12}$.

Cifras significativas

Son todas las cifras que se conocen con seguridad en una medida, o de las que existe una cierta certeza.

El número de cifras significativas en un número decimal es el número de cifras sin contar ceros a la izquierda. Ejemplo: 2,78; 0,554 y 0,00390 tienen tres cifras significativas.

El número de cifras significativas en un número entero es el número de cifras sin contar ceros a la derecha. Ejemplo: 20047000000, 13524000 y 4030100000 tienen cinco cifras significativas.

Cuando el número está escrito en notación científica, el número de cifras significativas es el número de cifras del coeficiente.

ACTIVIDADES

1.- Expresa las siguientes cantidades en notación científica y después indica cuál es la menor. Indica también el número de cifras significativas de cada número.

a) La masa de Saturno: 568 000 000 000 000 000 000 000 000 kg y la de Neptuno: 10 200 000 000 000 000 000 000 000 000 kg

b) El diámetro de un microbio: 0,000 004 cm y el de un virus: 0,000 000 28 cm

2.- Las expresiones 40.10^{-36} y $0{,}05.10^{64}$ no están escritas correctamente en notación científica. Explica por qué, escríbelas correctamente e indica el número de cifras significativas.

Actividades del libro: 11, 12 (pág. 35), 56 y 57 (pág. 46)

3.- OPERACIONES CON EXPRESIONES EN NOTACIÓN CIENTÍFICA. PROBLEMAS

Suma y resta: $\boxed{A.10^{m} \pm B.10^{m} = (A \pm B).10^{m}}$

Ejemplo: $2{,}5.10^{-4} - 2.\,10^{-4} + 0{,}25.\,10^{-4} = (2{,}5 - 2 + 0{,}25)\,.\,10^{-4} = 0{,}75\,.\,10^{-4}$

Si no aparece la misma potencia de 10, los transformamos y luego usamos la regla anterior

Ejemplo:

$$0,87.10^{-4}+0,000000042.10^{5}-52,3.10^{-7}\rightarrow 0,87.\underbrace{10^{-4}}_{.10^{7}.10^{-7}}+0,000000042.\underbrace{10^{5}}_{.10^{7}.10^{-7}}-52,3.10^{-7}=$$

$$=(0,87.10^{-4}.10^{7}+0,000000042.10^{5}.10^{7}-52,3).10^{-7}=(870+42000-52,3).10^{-7}=42817,7.10^{-7}$$

Producto y cociente:

$\boxed{(A.10^{m}).(B.10^{n}) = (A.B).10^{m+n}}$ *Ejemplo*: $(32,5.10^{-7})(8,5.10^{4}) = (32,5.8,5).10^{-7+4} = 276,25.10^{-3}$

$\boxed{\dfrac{A.10^{m}}{B.10^{n}} = (A:B).10^{m-n}}$ *Ejemplo*: $\dfrac{0,5.10^{-6}}{0,125.10^{-2}}=\dfrac{0,5}{0,125}.\dfrac{10^{-6}}{10^{-2}}=(0,5:0,125).10^{-6-(-2)}=4.10^{-4}$

Potencia: $\boxed{(A.10^{m})^{n}=A^{n}.10^{mn}}$ *Ejemplo*: $(0,25.10^{-3})^{-2}=0,25^{-2}.(10^{-3})^{-2}=16.10^{6}$

Problemas resueltos:

1) Si la velocidad de la luz es 300 000 km/seg calcula, usando notación científica, los km que recorre la luz en dos billones de segundos. Exprésalo en notación científica

Solución: d = vt = 3.10^{5} km/seg . 2.10^{12} seg = 6.10^{17} km

2) Un gusano pesa aproximadamente 0,002 kg y la ballena azul unos 137000 kg.

a) Expresa cada cantidad en notación científica e indica su orden de magnitud

Solución: gusano: 2.10^{-3}kg (orden de magnitud = –3) ballena: $1,37.10^{5}$kg (orden de magnitud = 5)

b) Calcula cuántos gusanos son necesarios para igualar el peso de la ballena usando la notación científica y clasifica el número obtenido

Solución: nº de gusanos $=\dfrac{1,37.10^{5}\text{kg}}{2.10^{-3}\text{kg}}=0,685.10^{8}=68500000$ (número natural)

ACTIVIDADES

1.- Completa las siguientes sumas y restas:

a) $4,52 . 10^{-7} - 1,25 . 10^{-7} + 2,75 . 10^{-7} =$

b) $225,6.10^{-9} + 0,45.10^{-7}=225,6.10^{-2}.10^{-7}+0,45.10^{-7}=2,256.10^{-7}+0,45.10^{-7}=\boxed{}.10^{-7}$

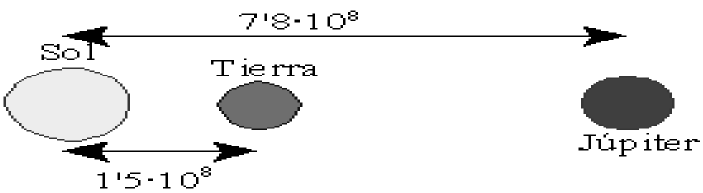
c) $872\,000\,000 - 1,234.10^{9} =$

$=8,72.10^{8}-1,234.10^{9}=8,72.10^{8}-1,234.10^{\boxed{}}.10^{8}=8,72.10^{8}-\boxed{}.10^{8}=\boxed{}.10^{8}$

d) $9,15 . 10^{5} + 0,25 . 10^{6} - 7,8 . 10^{4} =$

$= 9,15.10^{\boxed{}}.10^{4}+0,25.10^{\boxed{}}.10^{4}-7,8.10^{4}=\boxed{}.10^{4}+\boxed{}.10^{4}-7,8.10^{4}=\boxed{}.10^{4}$

2.- La distancia de la Tierra al Sol es de $1,5·10^{8}$ km y la de Júpiter al Sol de $7,8·10^{8}$ km.



Si los tres cuerpos están alineados, como muestra el diagrama (el dibujo no está a escala)

a) ¿Cuál es la distancia entre la Tierra y Júpiter?

$7,8.10^{8}-1,5.10^{8}=\boxed{}\,10^{\boxed{}}$ km

b) ¿Cuántas veces es mayor la distancia Júpiter-Sol que la distancia Tierra-Sol?

$$\frac{\text{distancia Júpiter} - \text{Sol}}{\text{distancia Tierra} - \text{Sol}} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}} = \boxed{}$$

$\text{distancia Júpiter} - \text{Sol} = \boxed{}.\text{distancia Tierra} - \text{Sol}$. Luego, la distancia es $\boxed{}$ veces mayor

3.- El ser vivo más pequeño es un virus que pesa, aproximadamente, $2 \cdot 10^{-18}$ kg y el animal terrestre más grande es el elefante africano que puede llegar a pesar $6 \cdot 10^{3}$ kg. ¿Cuántas veces pesa más el elefante que el virus? (deja el resultado en notación científica)

4.- La masa de una protón es aproximadamente $1{,}7.10^{-27}$ kg . Calcula la masa, en miligramos, de 250 000 trillones de protones. Debes dejar el resultado en notación científica

Actividades del libro: 15, 16, 17 (pág. 35) y 58 (pág. 46)

4.- RADICALES

Concepto de radical. Elementos

Si tienes que resolver la ecuación $x^5 = 40$, para calcular la "x" hay que hallar una raíz: $x = \sqrt[5]{40}$

$\sqrt[5]{40}$ se llama radical (5 es el índice y 40 es el radicando).

En general, $\sqrt[n]{a}$ con $n \geq 2$ se llama radical o raíz de índice "n" y radicando "a". El índice, n, es un número natural mayor que 1.

Si el índice es 2, se llama raíz cuadrada y se expresa de forma simplificada así: $\sqrt{a}$

Relación entre las potencias y radicales

$\boxed{\sqrt[n]{a^m} = a^{m/n}}$ $\boxed{a^{m/n} = \sqrt[n]{a^m}}$ *Ejemplos*: $\sqrt[5]{3^{-2}} = 3^{-2/5}$ $\sqrt{x^7} = x^{7/2}$ $3^{-2/5} = \sqrt[5]{3^{-2}}$

Más ejemplos: $\sqrt[3]{2^{18}} = 2^{18/3} = 2^6 = 64$ $\sqrt[5]{x^{40}} = x^{40/5} = x^8$

Observa: $\sqrt[n]{a^n} = a^{n/n} = a^1 = a \Rightarrow \boxed{\sqrt[\cancel{n}]{a^{\cancel{n}}} = a}$ *Ejemplos*: $\sqrt[6]{2^6} = 2$

Cálculo de radicales con la calculadora

Los radicales se pueden hallar con la calculadora científica (CASIO).

El proceso es: índice $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{\wedge}$ radicando $\boxed{=}$

Ejemplo: $\sqrt[3]{100} \Rightarrow 3$ $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{\wedge}$ 100 $\boxed{=}$ Nos da 4.641588834....., que es un número irracional.

Simplificación de radicales

Simplificar un radical es dividir índice y exponente por un mismo divisor común.

La regla es $\boxed{\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n:d]{a^{m:d}}}$ siendo d un divisor común. *Ejemplo*: $\sqrt[12]{5^8} = \sqrt[12:4]{5^{8:4}} = \sqrt[3]{5^2} = \sqrt[3]{25}$

ACTIVIDADES

1.- Simplifica los siguientes radicales: a) $\sqrt[12]{5^8}$ b) $\sqrt[3]{2^{12}}$

2.- Halla sin calculadora: a) $27^{2/3}$ b) $81^{3/4}$

3.- El volumen de una pecera cúbica es 750 cm^3. Halla su arista redondeando a las centésimas.

Actividades del libro: 39, 40 (pág. 41) y 66 (pág. 47)

5.- OPERACIONES CON RADICALES

Producto y división de radicales

Para multiplicar o dividir raíces del mismo índice se deja el mismo índice y su multiplican o dividen los radicandos.

$\boxed{\sqrt[n]{a}\ \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}}$ $\boxed{\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}}$. *Ejemplos*: $\sqrt[3]{2}\ \sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{2.5} = \sqrt[3]{10}$ $\dfrac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\dfrac{7}{3}}$

La multiplicación y división de radicales de distinto índice la veremos en 4º ESO

Potencia de un radical

Para calcular la potencia de una raíz se deja el mismo índice y el radicando se eleva al exponente.

$\boxed{\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}}$. Por ejemplo, $\left(\sqrt[5]{2}\right)^3 = \sqrt[5]{2^3}$.

En particular, $\boxed{\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = \sqrt[n]{a^n} = a}$. Por ejemplo, $\left(\sqrt[7]{3}\right)^7 = \sqrt[7]{3^7} = 3$

Raíz de un radical

Para calcular la raíz de una raíz se multiplican los índices y se deja el mismo radicando.

$\boxed{\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}}$. Por ejemplo, $\sqrt[3]{\sqrt{5}} = \sqrt[6]{5}$

Raíz de un producto y de un cociente

Para calcular la raíz de un producto o un cociente se halla la raíz de cada término.

$\boxed{\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a}\ \sqrt[n]{b}}$ $\boxed{\sqrt[n]{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}}$. *Ejemplos*: $\sqrt[3]{2.5} = \sqrt[3]{2}\ .\ \sqrt[3]{5}$ $\sqrt{\dfrac{7}{3}} = \dfrac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$

Extracción de factores de la raíz

Para extraer factores de una raíz se factoriza el radicando y, si es posible se expresan como potencia de exponente el índice de la raíz los factores de la descomposición.

Después se usa la siguiente regla $\sqrt[n]{a^n b} = \sqrt[n]{a^n}\ \sqrt[n]{b} = a\sqrt[n]{b} \Rightarrow \boxed{\sqrt[n]{a^n b} = a\sqrt[n]{b}}$

Ejemplos:

1) $\sqrt[3]{864} \xrightarrow{\text{factorizando}} \sqrt[3]{2^5 3^3} = \sqrt[3]{2^5}\ \sqrt[3]{3^3} = \sqrt[3]{2^3 2^2}\ \sqrt[3]{3^3} = 2\sqrt[3]{2^2}\ 3 = 6\sqrt[3]{2^2} = 6\sqrt[3]{4}$

2) $\sqrt[3]{40} = \sqrt[3]{2^3 5} = \sqrt[3]{2^3}\sqrt[3]{5} = 2\sqrt[3]{5}$

3) $\sqrt{2^6.5^3.7} = \sqrt{\left(2^3\right)^2.5^2.5.7} = 2^3.5\sqrt{5.7} = 40\sqrt{35}$

Introducción de factores en la raíz

Para introducir un factor dentro de la raíz hay que elevarlo al índice de la raíz.

Observa : $a\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n}\ \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n b} \Rightarrow \boxed{a\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n b}}$ *Ejemplo*: $2\sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{2^3 5} = \sqrt[3]{40}$

Suma y resta de radicales

Para poder sumar o restar términos con raíces, todos los términos deben llevar la misma raíz.
Para realizar las sumas y restas se saca factor común el radical

La regla es: $\boxed{M\sqrt[n]{a} \pm N\sqrt[n]{a} = (M \pm N)\sqrt[n]{a}}$. Por ejemplo, $5\sqrt[3]{7} - \sqrt[3]{7} + 2\sqrt[3]{7} = (5-1+2)\sqrt[3]{7} = 6\sqrt[3]{7}$

Algunas veces es necesario extraer factores del radical para poder realizar las sumas/restas.

Ejemplos:

1) $3\sqrt{20} - \sqrt{5} + \sqrt{125} = 3\sqrt{2^2 5} - \sqrt{5} + \sqrt{5^3} = 3\sqrt{2^2 5} - \sqrt{5} + \sqrt{5^2 5} = 3.2\sqrt{5} - \sqrt{5} + 5\sqrt{5} = 10\sqrt{5}$

2) $\sqrt[5]{192} + \sqrt[5]{1458} = \sqrt[5]{2^6 3} + \sqrt[5]{2.3^6} = \sqrt[5]{2^5 2.3} + \sqrt[5]{2.3^5.3} = 2\sqrt[5]{2.3} + 3\sqrt[5]{2.3} = 5\sqrt[5]{6}$

ACTIVIDADES

1.- Usando las reglas para operar con radicales, completa los huecos:

a) $6\sqrt[4]{7} - 8\sqrt[4]{7} + 5\sqrt[4]{7} = \boxed{}\sqrt[4]{7}$ b) $-7\sqrt[3]{5} - 5\sqrt[3]{5} - \sqrt[3]{5} + 14\sqrt[3]{5} = \boxed{}$

c) $\sqrt{7}\ .\ \sqrt{175} = \sqrt{\boxed{}} = \boxed{}$ d) $\dfrac{\sqrt[3]{-48}}{\sqrt[3]{6}} = \sqrt[\boxed{}]{\boxed{}} = \boxed{}$ e) $\left(\sqrt{3}\right)^4 = \sqrt{\boxed{}} = \boxed{}$

f) $\sqrt[5]{\sqrt{1024}} = \sqrt[\boxed{}]{\boxed{}} = \boxed{}$ g) $\sqrt{2}\ .\ \sqrt{50} = \sqrt{\boxed{}} = \boxed{}$ h) $\dfrac{\sqrt[3]{-40}}{\sqrt[3]{5}} = \sqrt[\boxed{}]{\boxed{}} = \boxed{}$

i) $\left(\sqrt[5]{2}\right)^{10} = \sqrt[5]{\boxed{}} = \boxed{}$ j) $\sqrt[3]{\sqrt{729}} = \sqrt[\boxed{}]{\boxed{}} = \boxed{}$

2.- Introduce en el radical: a) $7\sqrt{2}$ b) $2\sqrt[3]{5}$

3.- Extrae factores de la raíz: a) $\sqrt{3^2 5}$ b) $\sqrt[3]{5^8}$ c) $\sqrt{5^8 7^5 11^7}$

4.- Realiza las siguientes sumas y restas y expresa el resultado en un solo radical:

a) $3\sqrt[3]{5} - \sqrt{7} - 2\sqrt[3]{5} + 4\sqrt{7}$ b) $\sqrt{3^2.5} - 3\sqrt{5}$ c) $\sqrt{18} + \sqrt{2}$ d) $\sqrt{75} + 2\sqrt{3}$

e) $\sqrt{12} + 2\sqrt{27} - \sqrt{3}$ e) $6\sqrt[3]{108} - 2\sqrt[3]{32}$ f) $5\sqrt[3]{40} - 3\sqrt[3]{135}$ g) $7\sqrt[3]{54} - 5\sqrt[3]{16}$

5.- Los beneficios de una empresa de videojuegos (en miles de euros) son en un mes $\sqrt{8}$ y al siguiente mes $\sqrt{32}$. Calcula los beneficios obtenidos en los dos meses juntos, expresando el resultado con un solo radical.

Actividades del libro: 35 (pág. 39), 69 y 71 (pág. 47)