

1.- EXPERIMENTOS ALEATORIOS. PRINCIPIO DE MULTIPLICACIÓN

1.- Resuelve los siguientes problemas:

- a) ¿Cuántos resultados se pueden obtener si lanzamos un dado tres veces?
- b) Para financiar el viaje de fin de curso, un grupo de alumnos ha encargado unas camisetas en dos colores: blanco y azul. Si las tallas son cuatro: pequeña, mediana, grande y extragrande, ¿cuántos modelos diferentes de camisetas tendrán que elaborar?
- c) Una fábrica de coches fabrica modelos de 1600, 1800 y 2000 cm³ en cinco colores cada uno, blanco, negro, azul, amarillo y rojo, y con tres o cinco puertas cada tipo. ¿Cuántos coches diferentes puede haber?
- d) Desde el 18 de septiembre de 2000, se implantó en España el nuevo sistema de matriculación europea, que como sabes consta del indicativo del país, cuatro números y tres letras. Sólo se usan 20 letras, porque las letras A-E-I-O-U-Ñ-Q no se incluyen. Los números si son todos, del 0 al 9. ¿Cuántos coches se pueden matricular en España con este sistema?
- e) Marta participa en un juego que consiste en elegir primero un número del 1 al 50 y después una carta de la baraja española de 40 cartas. ¿Cuántos resultados distintos puede obtener?
- f) Si de una bolsa que tiene 300 bolas numeradas del 1 al 300, se extraen al azar 4 bolas sin reemplazamiento, ¿cuántos resultados puede haber? ¿Y si las extracciones se hacen con reemplazamiento?

Solución: a) $6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$ b) $2 \cdot 4 = 8$ c) $3 \cdot 5 \cdot 2 = 30$ d) $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 20 \cdot 20 \cdot 20 = 8 \cdot 10^7 = 80$ millones

e) $50 \cdot 40 = 2000$ f) 1) $300 \cdot 299 \cdot 297 = 1\ 938\ 988\ 200$ 2) $300^4 = 8,1 \cdot 10^9$.

2.- Resuelve los siguientes problemas:

- a) Un vendedor tiene que visitar 5 ciudades, Albacete, Barcelona, Córdoba, Madrid y Estepona. Si no quiere repetir ciudades, ¿cuántas rutas distintas puede elaborar si puede empezar y acabar en cualquiera de las ciudades?
- b) Con las letras de la palabra PELUCA ¿Cuántas ordenaciones distintas se pueden hacer?
- c) ¿De cuántas formas se pueden ordenar 10 alumnos de una clase?
- d) Un cd tiene 12 canciones que se pueden escuchar en cualquier orden. Luis se ha propuesto escucharlas cada día en un orden diferente. ¿Cuánto tiempo tardaría en hacerlo? ¿Podrá hacerlo?
- e) ¿Cuántos números de 7 cifras distintas se pueden formar con los dígitos 2, 4, 5, 6, 7, 8 y 9?

Solución: a) $5! = 120$ b) $6! = 720$ c) $10! = 3\ 628\ 800$

d) $12! = 479\ 001\ 600$ días $\approx 1\ 312\ 333$ años e) $7! = 5\ 040$

Actividad del libro. 34 (pág. 310)

34. Indica cuáles de los experimentos siguientes son aleatorios. Cuando lo sean escribe su espacio muestral.



- a) Pesar un envase de leche.
- b) Extraer una carta de una baraja y medir su altura.
- c) Extraer una carta de una baraja y mirar su palo.
- d) Adivinar el resultado de un partido en la quiniela.

Solución: Sólo son aleatorios c) con $E = \{\text{copas, oros, bastos, espadas}\}$ y d) con $E = \{1, X, 2\}$

2.- ESPACIO MUESTRAL Y SUCESOS ALEATORIOS

1.- Usa un diagrama de árbol para hallar el espacio muestral que consiste en elegir una a una las letras de la palabra SOL

$$S \begin{cases} O \rightarrow L \Rightarrow SOL \\ L \rightarrow O \Rightarrow SLO \end{cases}$$

Solución: $O \begin{cases} S \rightarrow L \Rightarrow OSL \\ L \rightarrow S \Rightarrow OLS \end{cases} \Rightarrow E = \{SOL, SLO, OSL, OLS, LSO, LOS\}$

$$L \begin{cases} S \rightarrow O \Rightarrow LSO \\ O \rightarrow S \Rightarrow LOS \end{cases}$$

2.- Supongamos que para ir de Granada a Málaga hay 2 carreteras y de Málaga a Sevilla 3 carreteras, ¿cuáles son todas las rutas posibles para ir de Granada a Sevilla pasando por Málaga?

Solución: Granada $\begin{matrix} c1 \\ c2 \end{matrix}$ Málaga $\begin{matrix} d1 \\ d2 \\ d3 \end{matrix}$ Sevilla \Rightarrow rutas : $\{c1d1, c1d2, c1d3, c2d1, c2d2, c2d3\}$

3.- Halla el espacio muestral del experimento aleatorio que consiste en lanzar una moneda y después sacar una bola de una bolsa que contiene tres bolas, roja, azul y negra.

Solución: $C \begin{cases} a \rightarrow Ca \\ r \rightarrow Cr \\ n \rightarrow Cn \end{cases} \Rightarrow E = \{Ca, Cr, Cn, Xa, Xr, Xn\}$

$$X \begin{cases} a \rightarrow Xa \\ r \rightarrow Xr \\ n \rightarrow Xn \end{cases}$$

4.- Una bolsa tiene 3 bolas blancas, 2 negras y 1 roja. Sacamos sucesivamente 2 bolas. Halla el espacio muestral en los siguientes supuestos:

a) Las extracciones se hacen con devolución b) Las extracciones se hacen sin devolución

Solución

$b \Rightarrow bb$
 $b \Rightarrow \underline{3b, 2n, 1r} \rightarrow n \Rightarrow bn$
 $r \Rightarrow br$
 $b \Rightarrow nb$
 a) $n \Rightarrow \underline{3b, 2n, 1r} \rightarrow n \Rightarrow nn \Rightarrow E = \{bb, bn, br, nb, nn, nr, rb, rn, rr\}$
 $r \Rightarrow nr$
 $b \Rightarrow rb$
 $r \Rightarrow \underline{3b, 2n, 1r} \rightarrow n \Rightarrow rn$
 $r \Rightarrow rr$
 $b \Rightarrow bb$
 $b \Rightarrow \underline{2b, 2n, 1r} \rightarrow n \Rightarrow bn$
 $r \Rightarrow br$
 $b \Rightarrow nb$
 b) $n \Rightarrow \underline{3b, 1n, 1r} \rightarrow n \Rightarrow nn \Rightarrow E = \{bb, bn, br, nb, nn, nr, rb, rn\}$
 $r \Rightarrow nr$
 $r \Rightarrow \underline{3b, 2n} \rightarrow \begin{matrix} b \Rightarrow rb \\ n \Rightarrow rn \end{matrix}$

5.- Se lanza un dado dos veces. Determina el suceso A = "la resta de los puntos es 2"

Solución: $A = \{1-3, 3-1, 2-4, 4-2, 3-5, 5-3, 4-6, 6-4\}$

6.- Se tiene una caja con 3 bolas rojas, 2 negras y 1 azul. Se sacan sucesivamente dos bolas, sin devolverlas a la bolsa.

a) Determina los sucesos $A = \text{"la 2ª bola es azul"}$, $B = \text{"la 1ª bola es negra"}$.

b) Indica si A y B son compatibles o incompatibles

$r \Rightarrow rr$
 $r \Rightarrow 2r, 2n, 1a \rightarrow n \Rightarrow rn$
 $a \Rightarrow ra$
 $r \Rightarrow nr$

Solución:

$n \Rightarrow 3r, 1n, 1a \rightarrow n \Rightarrow nn \Rightarrow E = \{rr, rn, ra, nr, nn, na, ar, an\} \Rightarrow a) A = \{ra, na\} \quad B = \{nn, na\} \quad b) \text{compatibles}$
 $a \Rightarrow na$
 $a \Rightarrow 3r, 2n \rightarrow r \Rightarrow ar$
 $n \Rightarrow an$

7.- Sacamos al azar una bola de una bolsa que contiene 15 bolas numeradas del 1 al 15.

a) Determina el espacio muestral b) Describe los sucesos: $A = \text{salir un número mayor que 7}$
 $B = \text{salir un múltiplo de 4}$ $C = \text{salir un número menor que 3}$ $D = \text{salir un número de dos cifras}$
 $F = \text{salir un número mayor que 15}$ $G = \text{salir un número menor que 16}$

c) Determina si A y B son compatibles

d) Halla el suceso contrario de C

Solución: a) $E = \{1, 2, 3, \dots, 15\}$ b) $A = \{8, 9, \dots, 15\}$ $B = \{4, 8, 12\}$ $C = \{1, 2\}$
 $D = \{10, 11, 12, 13, 14, 15\}$ $F = \emptyset$ $G = E$ c) Sí d) $\overline{C} = \text{"salir número } \geq 3" = \{3, 4, \dots, 15\}$

Actividad del libro: 41 (pág. 310)

41. Una rifa tiene 100 boletos numerados del 00 al 99. Juan quiere comprar todos los números que empiezan por 3 o terminan en 8 y Ana quiere todos los números que sean múltiplos de 6 y mayores de 50.

a) ¿Cuántos números comprará cada uno?

b) ¿Son compatibles los deseos de los dos?

a) Juan: 30, 31, 32..., 38, 39 ó 08, 18, 28, 38, ..., 98. Comprará 20 números

Solución: Ana: 54, 60, 66, 72, 78, 84, 90, 96. Comprará 8 números

b) Sí, comprando el 78 se cumplen los dos deseos

3.- CÁLCULO DE PROBABILIDADES

1.- En un instituto el 32% de los alumnos repite curso. Si se elige un alumno al azar cual es la probabilidad de que no sea repetidor. **Solución:** 68% porque hay un 68% de no repetidores

2.- En una caja hay 4 bolas blancas, 7 negras y 5 azules. Se saca una bola al azar, halla la probabilidad de que: a) sea negra b) sea azul o negra c) no sea azul d) sea roja e) sea blanca, negra o azul

Solución: a) $\frac{7}{16} = 43,75\%$ b) $\frac{12}{16} = 75\%$ c) $\frac{11}{16} = 68,75\%$ d) 0 e) 1

3.- Sacamos al azar una bola de una bolsa que contiene 10 bolas numeradas del 1 al 10.

Sean los sucesos $A = \text{"salir un número mayor que 7"}$ $B = \text{"salir un múltiplo de 4"}$

a) Determina los sucesos A , B y sus contrarios

b) Halla la probabilidad de cada uno de los sucesos del apartado anterior

c) Explica si los sucesos A y B son compatibles o incompatibles

Solución

a) $A = \{8, 9, 10\}$ $A^c = \text{"salir número } \leq 7" = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

$B = \{4, 8\}$ $B^c = \text{"no salir múltiplo de 4"} = \{1, 2, 3, 5, 6, 7, 9, 10\}$

b) $p(A) = \frac{3}{10}$ $p(A^c) = \frac{7}{10}$ $p(B) = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$ $p(B^c) = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

c) son compatibles porque si sale el 8 se cumplen los dos

9.- En un grupo de 600 personas, 240 son hombres. También se sabe que hay 100 hombres que usan gafas y 200 mujeres que no las usan. a) Completa la siguiente tabla

	hombres	mujeres	Total
usan gafas			
no usan gafas			
Total			

b) Se elige una persona al azar. Usando la tabla, calcula las siguientes probabilidades:

1) sea una mujer

2) sea hombre que no usa gafas

3) sea mujer que usa gafas

[Solución](#)

a)

	hombres	mujeres	Total
usan gafas	100	160	260
no usan gafas	140	200	340
Total	240	360	600

b) 1) $\frac{360}{600} = 60\%$ 2) $\frac{140}{600} \cong 23,3\%$ 3) $\frac{160}{600} \cong 26,7\%$

10.- En un grupo de 25 alumnos, se sabe que 10 son hombres. También se sabe que hay 9 mujeres que aprueban las Matemáticas y 6 hombres que suspenden.

a) Completa la siguiente tabla:

	hombres	mujeres	Total
aprueban			
suspenden			
Total			

b) Se elige una persona al azar. Usando la tabla, calcula el porcentaje de probabilidad de que sea un hombre que aprueba Matemáticas

[Solución](#)

a)

	hombres	mujeres	Total
aprueban	4	9	13
suspenden	6	6	12
Total	10	15	25

b) $4/25 = 0,16 = 16\%$

Actividades del libro: 15 (pág. 301), 17, 20, 21 (pág. 303), 58, 65 (pág. 312) y 69 (pág. 313)

15. Observa la ruleta de la figura y calcula la probabilidad de los siguientes sucesos.



a) Salir par.

b) Salir número par o negro.

c) Salir número impar.

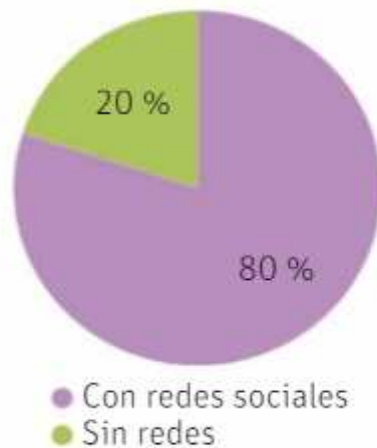
d) No salir número rojo.



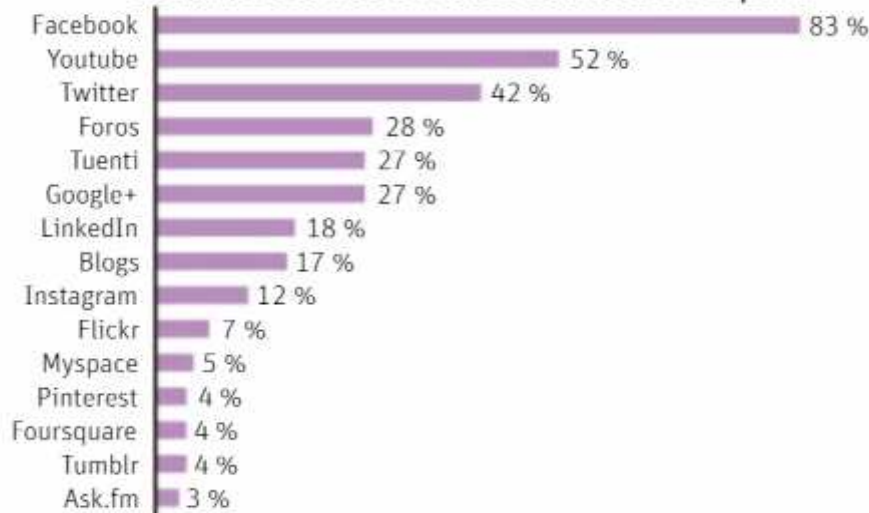
Solución: a) $\frac{4}{9}$ b) $\frac{7}{9}$ c) $\frac{5}{9}$ d) $\frac{4}{9}$

58. En 2012 el 80 % de los internautas españoles participaba en redes sociales. La empresa de investigación *The Cocktail Analysis* preguntó a 1.500 internautas sobre aquellas redes sociales en las que poseen una cuenta. En la gráfica se puede ver el porcentaje de usuarios activos en España.

Internautas con redes sociales en España



Usuarios activos en redes sociales en España



Si se elige a un usuario de Internet al azar, utilizando estos datos calcula las siguientes probabilidades:

- No use ninguna red social.
- Utilice Tuenti.
- No utilice Facebook.
- No participe en un blog.

Solución

- a) $p = 20\%$ b) $27\% \text{ de } 80\% = 0,27 \cdot 0,8 = 0,216 = 21,6\%$
 c) $100\% - 83\% = 17\% \Rightarrow 17\% \text{ de } 80\% = 0,17 \cdot 0,8 = 0,136 = 13,6\%$
 d) $100\% - 17\% = 83\% \Rightarrow 83\% \text{ de } 80\% = 0,83 \cdot 0,8 = 0,664 = 66,4\%$

65. En una bolsa hay 3 bolas verdes y 5 rojas. ¿Cuántas bolas azules hay que meter en la bolsa para que la probabilidad de obtener una bola azul sea $\frac{1}{5}$?

Solución

$$x = \text{n}^\circ \text{ de bolas azules que hay que meter} \Rightarrow \text{como } p(\text{azul}) = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{x}{3+5+x} = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{x}{8+x} = \frac{1}{5}$$

Resolvemos : $5x = 1 \cdot (8 + x) \Rightarrow 5x = 8 + x \Rightarrow x = 2$. Hay que meter 2 bolas

69. Se ponen en un montón las tres figuras de bastos de una baraja española. Se barajan las tres cartas y se sacan una tras otra sin reemplazamiento.

Calcula las siguientes probabilidades:

- Que el orden de aparición sea Rey, Caballo y Sota.
- Que la Sota salga antes que el Rey.

Solución

a) casos posibles : $3! = 6$ casos favorables : 1 $\Rightarrow p = \frac{1}{6}$

b) casos posibles : $3! = 6$ casos favorables : scr, src, csr (hay 3) $\Rightarrow p = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$