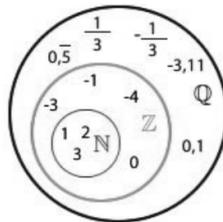
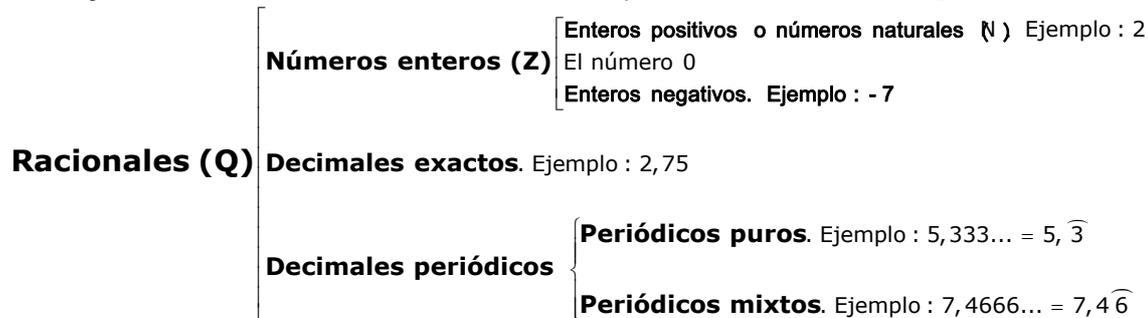


1.- NÚMEROS RACIONALES.Repaso: clasificación de los números racionales

Se llaman números racionales a todos los números que se pueden expresar en forma de fracción. Recuerda que cualquier fracción da lugar a un número entero, decimal exacto o periódico dividiendo el numerador entre el denominador. También todo número entero, decimal exacto o periódico se puede poner en forma de fracción. Por eso, sólo son números racionales los números enteros y los decimales exactos o periódicos.

El conjunto de los números racionales se representa con la letra Q.



Hay números decimales que no son exactos ni periódicos. Estos números no se pueden expresar en forma de fracción. Son decimales que tienen infinitas cifras que no se repiten y se llaman números irracionales.

Repaso de la fracción generatriz de un entero o decimal exacto

Para hallar una fracción generatriz de un número entero basta con partirlo entre 1.

Por ejemplo, $-7 = \frac{-7}{1}$, pues $-7 : 1 = -7$. En general, si a es un número entero $a = \frac{a}{1}$, pues $a : 1 = a$

Vamos a obtener una regla para hallar una fracción generatriz de un decimal exacto.

Fíjate en los siguientes casos:

$x = 1,75$ <i>(se multiplica por 100 porque tiene 2 cifras decimales)</i> $100x = 175$ $x = \frac{\overbrace{175}^{\text{número sin coma}}}{\underbrace{100}_{2 \text{ ceros}}} = \frac{7}{4}$	$x = 0,0104$ <i>(se multiplica por 10000 porque tiene 4 cifras decimales)</i> $10000x = 104$ $x = \frac{\overbrace{104}^{\text{número sin coma}}}{\underbrace{10000}_{4 \text{ ceros}}} = \frac{13}{1250}$	$x = 407,5$ <i>(se multiplica por 10 porque tiene 1 cifra decimal)</i> $10x = 4075$ $x = \frac{\overbrace{4075}^{\text{número sin coma}}}{\underbrace{10}_{1 \text{ cero}}} = \frac{815}{2}$
---	---	---

Regla general:

$$ab,\overbrace{cdef}^{4 \text{ cifras}} = \frac{\overbrace{abcdef}^{\text{número sin coma}}}{\underbrace{10000}_{4 \text{ ceros}}}$$

Fracción generatriz de un decimal periódico puro

Vamos a obtener una regla para hallar una fracción generatriz de un decimal periódico puro. Fíjate en los siguientes casos:

$$x = 7,454545\dots = 7, \overline{45}$$

(se multiplica por 100 porque el periodo tiene 2 cifras)

$$\begin{cases} 100x = 745,454545\dots \\ x = 7,454545\dots \end{cases}$$

$$100x - x = 745 - 7 \Rightarrow 99x = 745 - 7$$

$$x = \frac{\overbrace{745}^{\text{número sin coma}} - \overbrace{7}^{\text{parte entera}}}{\underbrace{99}_{\text{tantos 9 como cifras tiene el periodo}}} = \frac{738}{99} = \frac{82}{11}$$

$$x = 28,103103103\dots = 28, \overline{103}$$

(se multiplica por 1000 porque el periodo tiene 3 cifras)

$$\begin{cases} 1000x = 28103,103103\dots \\ x = 28,103103\dots \end{cases}$$

Al restar : $1000x - x = 28103 - 28 \Rightarrow 999x = 28103 - 28$

$$x = \frac{\overbrace{28103}^{\text{número sin coma}} - \overbrace{28}^{\text{parte entera}}}{\underbrace{999}_{\text{tantos 9 como cifras tiene el periodo}}} = \frac{28075}{999}$$

Regla general: $ab, \overbrace{cde}^{3 \text{ cifras}} = \frac{abcde - ab}{\underbrace{999}_{3 \text{ nueves}}}$

Fracción generatriz de un decimal periódico mixto

Vamos a obtener una regla para hallar una fracción generatriz de un decimal periódico mixto.

Fíjate en los siguientes casos:

$$x = 1,352767676\dots = 1,352 \overline{76}$$

(se multiplica por 1000 porque el anteperiodo tiene 3 cifras)

$$1000x = 1352, \overline{76} = \frac{135276 - 1352}{99}$$

$$x = \frac{135276 - 1352}{99} : 1000 = \frac{\overbrace{135276}^{\text{número sin coma}} - \overbrace{1352}^{\text{parte entera y anteperiodo}}}{99 \ 000} = \frac{133 \ 924}{99000}$$

El denominador tiene $\begin{cases} 2 \text{ nueves porque el periodo tiene 2 cifras} \\ 3 \text{ ceros porque el anteperiodo tiene 3 cifras} \end{cases}$

$$x = 0,10325325\dots = 0,10 \overline{325}$$

(se multiplica por 100 porque el anteperiodo tiene 2 cifras)

$$100x = 10, \overline{325} = \frac{10325 - 10}{999}$$

$$x = \frac{10325 - 10}{999} : 100 = \frac{\overbrace{10325}^{\text{número sin coma}} - \overbrace{10}^{\text{parte entera y anteperiodo}}}{99900} = \frac{10315}{99900}$$

El denominador tiene $\begin{cases} 3 \text{ nueves porque el periodo tiene 3 cifras} \\ 2 \text{ ceros porque el anteperiodo tiene 2 cifras} \end{cases}$

Regla general

$$ab, \overbrace{cdef}^{4 \text{ cifras}} \overbrace{ghi}^{3 \text{ cifras}} = \frac{abcdefghi - abcdef}{\underbrace{999}_{3 \text{ nueves}} \underbrace{0000}_{4 \text{ ceros}}}$$

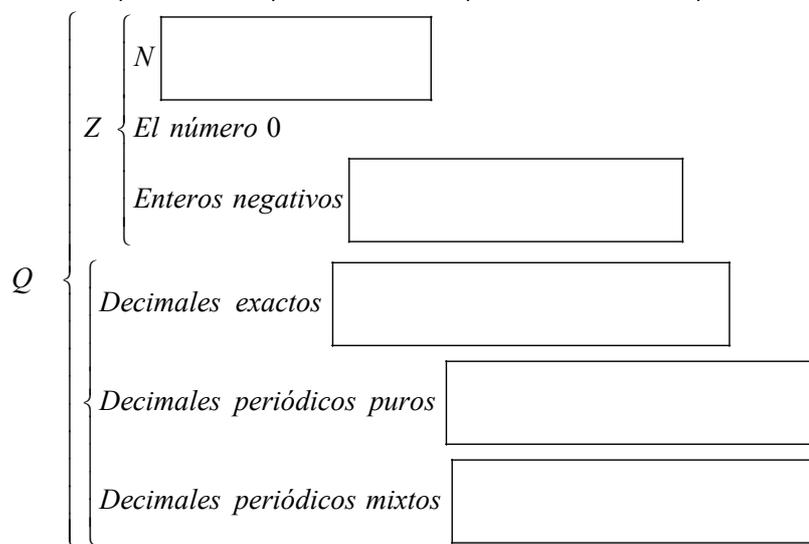
ACTIVIDADES

1.- Completa la siguiente tabla usando la regla correspondiente:

Número	Forma abreviada	Fracción generatriz	Fracción irreducible
0,636363...		$\frac{63 - 0}{\quad}$	$\frac{\square}{\square}$
15,6666...		$\frac{156 - \square}{9} = \frac{\square}{9}$	$\frac{\square}{\square}$
1, $\overline{037}$	/	$\frac{\square - 1}{\square} = \frac{\square}{\square}$	$\frac{\square}{\square}$
245, $\overline{2233}$	/	$\frac{\square - \square}{9999} = \frac{\square}{\square}$	$\frac{\square}{\square}$
8,333....		$\frac{\square - \square}{\square} = \frac{\square}{\square}$	$\frac{\square}{\square}$
0,3535...		$\frac{\square}{\square}$	/

2.- Indica de qué tipo es cada número colocándolo en el siguiente esquema y calcula su fracción generatriz irreducible:

A = 2,75 B = 1,333... C = 1,1666... D = 3,71212... E = 0,2424... F = -1,04545... G = 0,0125



3.- Completa la siguiente tabla e indica de qué tipo es cada decimal:

Fracción Irreducible	$\frac{7}{5}$	$\frac{11}{6}$	$\frac{12}{11}$		
Número decimal	$1,\overline{7}$	1,1333...	$1,0\overline{18}$	0,25	0,3636...

Actividad del libro 17 (pág. 13)

2.- APROXIMACIONES DECIMALES

Repaso: aproximaciones o estimaciones de un número

Una aproximación de un número es otro número que está relativamente próximo a él.

Hay veces en las que en lugar de tomar el valor exacto de un número conviene tomar una aproximación:

- Cuando queramos hacer una estimación para tener una idea más clara de la cantidad que estamos tomando
- Al hacer cálculos con números reales que tienen infinitas cifras decimales
- Cuando el número tenga "muchas" cifras decimales y no nos interese usar tantas cifras

Repaso: aproximaciones por defecto y por exceso

Una aproximación es por defecto si el número aproximado es menor que el valor exacto

Si el número aproximado es mayor que el valor exacto diremos que es la aproximación es por exceso.

Ejemplos:

- Para el número $\pi = 3,1415\dots$, las aproximaciones por defecto y por exceso son

	a las unidades	a las décimas	a las centésimas	a las milésimas	etc
por defecto	3	3,1	3,14	3,141	
por exceso	4	3,2	3,15	3,142	

- Para el precio de una camisa: 29,75 €

	a las decenas	a las unidades	a las décimas
por defecto	20	29	29,70
por exceso	30	30	29,80

Repaso: aproximación por redondeo a una determinada cifra

La aproximación que se suele utilizar en la mayoría de los casos es el redondeo.

Para redondear un número a una determinada cifra

Si la cifra que le sigue es menor que 5, dejamos igual la cifra por la que estamos redondeando

Si es mayor o igual que 5, le sumamos 1.

Después sustituimos por ceros todas las cifras que le siguen

Ejemplos :

$$36,52 \xrightarrow{\text{redondeo a las unidades}} 3\boxed{6}, \underset{=5}{5} 2 \rightarrow 37,00 = 37$$

$$7,8324 \xrightarrow{\text{redondeo a las milésimas}} 7,83\boxed{2} \underset{<5}{4} \rightarrow 7,8320 = 7,832$$

$$3164 \xrightarrow{\text{redondeo a las centenas}} 3\boxed{1} \underset{>5}{6} 4 \rightarrow 3200$$

Para redondear con la calculadora científica, puedes usar la función Fix.

Pulsa MODE varias veces hasta que aparezca Fix, selecciona esta función pulsando 1.

Luego selecciona del 0 al 9 según el número de cifras decimales a las que quieras redondear, por ejemplo, si queremos todos los resultados redondeados con 2 cifras decimales teclearemos 2.

Repaso: aproximación por truncamiento a una determinada cifra

Algunas veces, en lugar del redondeo se usa el truncamiento que consiste en sustituir por ceros las cifras a partir de una dada. *Ejemplos.*

$$3,72634 \xrightarrow{\text{truncar a las centésimas}} 3,72000 = 3,72 \quad 2543 \xrightarrow{\text{truncar a las unidades de mil}} 2000$$

Error absoluto en una aproximación

Llamamos error absoluto (E_A) a la diferencia (tomada en valor absoluto) entre el valor exacto o real (V_R) y el valor aproximado (V_A): $E_A = |V_R - V_A|$

El error absoluto se expresa en las mismas unidades que el valor exacto.

Si el error absoluto es muy pequeño significa que la aproximación es muy buena

Por ejemplo, si el valor exacto de un número es 2,3 y se toma como aproximación 2 el error absoluto es $E_A = |V_R - V_A| = |2,3 - 2| = 0,3$.

Sin embargo, si se toma como aproximación 2,5 el error absoluto es $E_A = |2,3 - 2,5| = |-0,2| = 0,2$.

Observa que la 2ª aproximación es mejor que la 1ª porque da menor error absoluto

Error relativo en una aproximación

El error relativo es el cociente entre el error absoluto y el valor real, tomado en valor absoluto

$$E_R = \frac{E}{|V_R|}$$

El error relativo no lleva unidades y se suele expresar en forma de porcentaje (llamado entonces "error porcentual"). Para ello se multiplica el valor obtenido por 100.

El error relativo se usa para comparar aproximaciones que tienen el mismo error absoluto y poder saber qué aproximación es la mejor o más precisa. Siempre es más precisa la aproximación que nos dé menor error relativo.

ACTIVIDADES

1.- La fachada de la casa de Rosa mide exactamente 10 m pero Rosa al medirla obtiene 11 m. Una finca mide de largo 100 m pero Juan al medirla obtiene 101 m. Explica cuál de ellos ha sido más preciso en su medición.

Fachada: Valor real = $V_R =$ m Valor aproximado = $V_A =$ m

$$\text{Error relativo} = E_R = \frac{|V_R - V_A|}{V_R} = \frac{\text{ m}}{\text{ m}} = \text{} \cdot 100 \rightarrow \text{ \%}$$

Finca: Valor real = $V_R =$ m Valor aproximado = $V_A =$ m

$$\text{Error relativo} = E_R = \frac{|V_R - V_A|}{V_R} = \frac{\text{ m}}{\text{ m}} = \text{} \cdot 100 \rightarrow \text{ \%}$$

La medida más precisa corresponde a la porque nos da menor error relativo

2.- Presumes ante tu madre de haber recogido la mesa en 60 segundos, pero ella, cronómetro en mano, dice que has tardado en realidad 60,5 segundos. ¿Cuál ha sido el error absoluto que has cometido? ¿Y el error relativo (redondeado a las centésimas)?

Actividades del libro. 29 (pág. 15) y 75 (pág. 24)

3.- OPERACIONES CON FRACCIONESRepaso: suma y resta de fracciones

$$\frac{5}{4} + \frac{1}{8} - \frac{11}{6} + \frac{2}{3} \rightarrow mcm(4,8,6,3) = mcm(2^2, 2^3, 2 \cdot 3, 3) = 2^3 \cdot 3 = 24$$

$$\frac{30}{24} + \frac{3}{24} - \frac{44}{24} + \frac{16}{24} = \frac{5}{24}$$

Repaso: producto y cociente de fracciones

$$\frac{a \cdot c}{b \cdot d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

Ejemplo: $\frac{6}{4} \cdot \frac{10}{9} = \frac{60}{36} = \frac{5}{3}$

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

Ejemplo: $\frac{3}{2} : \frac{5}{7} = \frac{3 \cdot 7}{2 \cdot 5} = \frac{21}{10}$

Para calcular la fracción de una fracción se multiplican las fracciones.

En general, $\frac{a}{b}$ de $\frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$ Ejemplo: $\frac{2}{3}$ de $\frac{9}{10} = \frac{2}{3} \cdot \frac{9}{10} = \frac{18}{30} = \frac{3}{5}$

Por el mismo procedimiento se puede calcular la fracción de una cantidad:

Por ejemplo, $\frac{2}{3}$ de $24 = \frac{2}{3}$ de $\frac{24}{1} = \frac{2 \cdot 24}{3 \cdot 1} = 16$

Repaso: uso de fracciones en la calculadora

Se puede introducir una fracción en la calculadora científica CASIO usando la tecla $\frac{a}{b/c}$

El proceso es: numerador $\frac{a}{b/c}$ denominador.

Por ejemplo, para introducir $\frac{3}{4}$ es: $3 \frac{a}{b/c} 4$. Aparecerá en la pantalla $3 \downarrow 4$, que significa $\frac{3}{4}$

Se puede simplificar una fracción directamente con la calculadora científica

Antes prepara la calculadora para simplificar fracciones: Pulsa MODE varias veces hasta que aparezca Disp, selecciona esta función pulsando 1. Luego selecciona d/c pulsando 2

Para obtener la fracción irreducible directamente usando la calculadora científica CASIO introduces la fracción original en la calculadora y pulsas la tecla $\frac{\square}{\square}$

Ejemplo: $\frac{9945}{6435} : 9945 \frac{a}{b/c} 6435 \frac{\square}{\square}$. Obtendrás $17 \downarrow 11$, que significa que $\frac{17}{11}$ es la fracción irreducible

Operaciones combinadas con fracciones

Para realizar operaciones combinadas con fracciones se sigue el siguiente orden:

1º) Se hacen las multiplicaciones y divisiones, de izquierda a derecha

2º) Se hacen las sumas y restas

Si hubiese paréntesis, debemos hacer en primer lugar las operaciones de dentro de los paréntesis siguiendo el orden anterior.

En las operaciones combinadas es conveniente tener en cuenta:

- Los resultados de las operaciones con fracciones se suelen dar simplificados.
- Sólo reducimos a común denominador al sumar o restar, pero no para multiplicar o dividir
- Antes de operar con fracciones valora si simplificando las fracciones resulta más fácil

Ejemplo: $2 - \frac{1}{3} \left(1 - \frac{1}{4} \right) + \frac{3}{2} : 3$ partimos por 1 los números enteros $\rightarrow \frac{2}{1} - \frac{1}{3} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{4} \right) + \frac{3}{2} : \frac{3}{1} = \frac{2}{1} - \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} + \frac{2}{1} \cdot \frac{1}{4} = \frac{2}{1} - \frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{2}{1} - \frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{8-1+2}{4} = \frac{9}{4}$

ACTIVIDAD

1.- Realiza estas operaciones con fracciones y simplifica hasta obtener la fracción irreducible:

a) $\frac{-7}{8} : \frac{1}{2} - 10 \cdot \left[-\frac{3}{8} + \left(\frac{3}{5} - \frac{2}{3} \right) \right]$ b) $\frac{2}{5} \left\{ \frac{-2}{3} + \frac{1}{6} \left[\frac{4}{3} : \left(\frac{8}{9} + 2 \right) - \frac{1}{3} \right] + \frac{5}{12} \right\}$ c) $5 + \frac{1}{3} \cdot \frac{6}{4} - \left[\frac{3}{4} \cdot \frac{12}{3} - \left| 4 - \frac{16}{90} \right| \right]$

d) $3 : \left[3 - \frac{5}{3} \cdot \left(\frac{7}{2} + 1 \right) - \frac{1}{2} : 3 \right]$ e) $3 - 4 \cdot \left[\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) + 2 \cdot \left(1 - \frac{1}{3} \right) \right]$ f) $\left[1 - \frac{5}{11} \cdot \left(\frac{4}{3} - \left(-\frac{2}{5} + \frac{1}{9} : \frac{2}{3} - 1 \right) \right) \right] : \left[-\left(\frac{1}{6} - \frac{8}{3} \right) \right]$

2.- Un ciclista va de una ciudad a otra. En su primera hora de viaje recorre un tercio de la distancia total; en la segunda hora, las dos quintas partes; y en la tercera, los 32 km restantes.

- a) ¿Qué distancia hay entre las dos ciudades?
b) ¿Qué distancia recorre en la segunda hora

Actividades del libro: 12 (pág. 11), 47 (pág. 22), 94 (pág. 25) y 95 (pág. 26)

5.- OPERACIONES CON FRACCIONES Y DECIMALES. PROBLEMAS

Para hacer operaciones con fracciones, enteros o decimales se expresan todos los números como fracción y luego se opera.

Ejemplo: $0,5 - 0,333... \cdot \left(\frac{21}{4} - 5\right) + \frac{7}{35} : 0,1\overline{6} - 1,3\overline{6}$

Hallamos la fracción generatriz irreducible de cada decimal:

$$0,5 = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} \quad 0,333... = 0,3\overline{3} = \frac{3-0}{9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} \quad 0,1\overline{6} = \frac{16-1}{90} = \frac{15}{90} = \frac{1}{6} \quad 1,3\overline{6} = \frac{136-13}{90} = \frac{123}{90} = \frac{41}{30}$$

Sustituyendo, obtenemos: $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{21}{4} - 5\right) + \frac{7}{35} : \frac{1}{6} - \frac{41}{30} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} + \frac{6}{5} - \frac{41}{30} =$

$$= \frac{1}{2} - \frac{1}{12} + \frac{6}{5} - \frac{41}{30} = \frac{30}{60} - \frac{5}{60} + \frac{72}{60} - \frac{82}{60} = \frac{15}{60} = \boxed{\frac{1}{4}}$$

ACTIVIDADES

1.- Realiza las siguientes operaciones con fracciones y decimales pasando los decimales a fracción irreducible:

a) $1,333... \cdot \frac{-3}{2} - 0,25 + 0,1\overline{6} : \frac{-1}{3}$ b) $1,1666... : \frac{-5}{6} - 0,125 + 0,333... : \frac{-1}{3}$
c) $0,333... \cdot \frac{-9}{2} - 0,75 + 0,8\overline{3} : \frac{-2}{3}$

2.- Javier ayuda a su papá en su negocio. Durante las vacaciones lo hace de lunes a viernes y en época de clases, los sábados. Por cada día de trabajo recibe 4,50 €. Al terminar las 8 semanas de vacaciones había ganado $\frac{2}{3}$ del dinero que necesita para comprarse una bicicleta nueva. ¿En cuántos sábados reunirá lo que le falta? ¿Cuánto cuesta la bicicleta que quiere comprar?

3.- David compró dos metros de plástico para forrar sus cuadernos y libros, ocupó para ello $1 + \frac{2}{5}$ de metro y su hermano, para forrar un cuaderno, usó 0,40 m. ¿Cuántos metros de plástico utilizaron para forrar los libros y los cuadernos?

4.- Un sastre compra 60 metros de tela a 3 €/m. Vende las $\frac{7}{12}$ partes a 5 €/m, $\frac{2}{5}$ del resto a 4 €/m y la tela que le sobra a 3,5 €/m. ¿Cuánto gana en la operación?

5.- A los hermanos Juan y Antonio, su madre le ha mandado a la frutería a hacer las siguientes compras:

$\frac{1}{2}$ kg de zanahorias a 0,70 €/kg. $\frac{1}{4}$ de kg de pimientos a 2,20 €/kg.

1 Kg y $\frac{1}{2}$ de naranjas a 0,80 €/kg. 1 kg y $\frac{3}{4}$ de manzanas a 1,40 €/kg.

¿Cuánto pesa el total de los productos comprados?