

3º ESO F – EXAMEN DE MATEMÁTICAS ACADÉMICAS
UNIDADES 3 y 4 – POLINOMIOS. DIVISIÓN Y FACTORIZACIÓN DE POLINOMIOS

Profesor: Rafael Núñez Nogales

Curso: 2019/2020

RESOLUCIÓN

1.- Obtén la expresión algebraica lo más reducida posible:

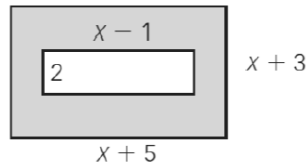
a) La suma de las edades de Luís, Marisa y Sara, sabiendo que Marisa tiene x años, Sara tiene 7 años menos que Marisa y Luís tiene el triple de edad que Sara (1,5 puntos)

Marisa: x Sara: $x - 7$ Luís: $3(x - 7) = 3x - 21$ Suma: $x + x - 7 + 3x - 21 = 5x - 28$

b) La mitad de un número n menos el doble de la raíz cúbica del consecutivo de n (0,5 puntos)

$$\frac{n}{2} - 2\sqrt[3]{n+1}$$

2.- Calcula el polinomio que expresa el área de la zona sombreada, indica cuál es su grado y halla su área cuando $x = 7$

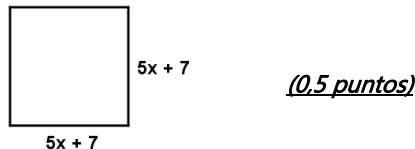


(2,5 puntos)

$$A(\text{sombreada}) = A(\text{rectángulo grande}) - A(\text{rectángulo pequeño}) = (x+5)(x+3) - 2(x-1) = x^2 + 3x + 5x + 15 - 2x + 2 = x^2 + 6x + 17 \quad \text{Grado: } 2$$

Si $x = 7 \rightarrow A = 7^2 + 6 \cdot 7 + 17 = 49 + 42 + 17 = 108$

3.- Usando las identidades notables, obtén el polinomio que expresa el área de este cuadrado



(0,5 puntos)

$$A(\text{cuadrado}) = \text{lado}^2 = (5x+7)^2 \xrightarrow{(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2} (5x)^2 + 2 \cdot 5x \cdot 7 + 7^2 = 25x^2 + 70x + 49$$

4.- Efectúa y reduce todo lo posible: $(5x^2 - 2x)^2 + (3x^2 + x)(3x^2 - x) - 6x^3$ (2 puntos)

Como $(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$ y $(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$

$$(5x^2)^2 - 2 \cdot 5x^2 \cdot 2x + (2x)^2 + (3x^2)^2 - x^2 - 6x^3 = 25x^4 - 20x^3 + 4x^2 + 9x^4 - x^2 - 6x^3 = 34x^4 - 26x^3 + 3x^2$$

5.- Usa el teorema del factor para factorizar el polinomio $p(x) = 2x^2 + 5x - 7$ (1 punto)

Si $x = 1 \rightarrow p(1) = 2 \cdot 1^2 + 5 \cdot 1 - 7 = 2 + 5 - 7 = 0 \rightarrow x = 1$ es una raíz del polinomio

$$\text{Dividimos } p(x) : (x-1) \rightarrow \begin{array}{r|l} 2 & 5 & -7 \\ 1 & 2 & 7 \\ \hline & 2 & 7 & 0 \end{array} \rightarrow p(x) = d(x) \cdot c(x) + r = (x-1) \cdot (2x+7) + 0 = (x-1)(2x+7)$$

6.- Usa la técnica de sacar factor común para factorizar el polinomio $p(x) = 7x^5 - x^4$ (0,5 puntos)

$$p(x) = x^4(7x - 1)$$

7.- Factoriza el polinomio $p(x) = 4x^4 - 4x^3 - 9x^2 + 9x$ usando de forma combinada la técnica de sacar factor común, el teorema del factor y las identidades notables (1,5 puntos)

Sacando factor común: $p(x) = x(4x^3 - 4x^2 - 9x + 9)$

Aplicamos el teorema del factor al polinomio $4x^3 - 4x^2 - 9x + 9$:

Si $x = 1 \rightarrow 4 \cdot 1^3 - 4 \cdot 1^2 - 9 \cdot 1 + 9 = 4 - 4 - 9 + 9 = 0 \rightarrow x = 1$ es una raíz de ese polinomio

$$\text{Dividimos } (4x^3 - 4x^2 - 9x + 9) : (x-1) \rightarrow \begin{array}{r|l} 4 & -4 & -9 & 9 \\ 1 & 4 & 0 & -9 \\ \hline & 4 & 0 & -9 & 0 \end{array}$$

$$4x^3 - 4x^2 - 9x + 9 = (x-1) \cdot (4x^2 - 9) + 0 = (x-1) \cdot (4x^2 - 9)$$

Factorizamos $4x^2 - 9$ usando las identidades notables:

$$4x^2 - 9 = (2x)^2 - 3^2 \xrightarrow{\text{como } A^2 - B^2 = (A+B)(A-B)} (2x+3)(2x-3)$$

Luego, $p(x) = x(x-1)(2x+3)(2x-3)$