1.- ESTADÍSTICA. DATOS Y FRECUENCIAS

Población: Es el conjunto formado por todos los elementos de los que se quiere estudiar alguna característica. Por ejemplo, si vamos a estudiar las aficiones de los jóvenes de 15 años nacidos en la capital de Granada y hay 5 000 jóvenes, la población sería el conjunto formado por los 5 000 jóvenes Cada uno de los elementos de la población se llama individuo.

Muestra: Es una parte de la población que elegimos para estudiarla. Se toma una muestra cuando la población sea muy numerosa. El proceso de elegir una muestra se llama muestreo.

Caracteres estadísticos: Un carácter estadístico es una característica que queremos estudiar de la población. Hay dos tipos de caracteres estadísticos:

Cualitativos: Si los valores son cualidades. Por ejemplo, partido político preferido, color del pelo, etc.

Cuantitativos: Si los valores son números. Por ejemplo, nº de hermanos, estatura, peso, edad, etc.

Tabla de frecuencias: Para organizar y analizar los datos se utilizan unas tablas, llamadas tablas de frecuencias.

Ejemplo: A un grupo de alumnos se le ha preguntado la edad:

14 , 15 , 13 , 13 , 14 15 , 15 , 18 , 14 , 13 15 , 13 , 14 , 15 , 16 14 , 15 , 13 , 13 , 15

Vamos a analizar los datos organizándolos en una tabla de frecuencias:

Edades = x_i	Frecuencia absoluta = f_i	Frecuencia relativa = h_i (en %)
13	6	$\frac{6}{20}=0,3\xrightarrow{.\,100}30\%$
14	5	$\frac{5}{20}=0,25\xrightarrow{.\,100}25\%$
15	7	$\frac{7}{20}=0,35\xrightarrow{.\,100}35\%$
16	1	$\frac{1}{20}=0,05\xrightarrow{.\,100}5\%$
18	1	$\frac{1}{20}=0,05\xrightarrow{.\,100}5\%$
Total = n	20 = n	$\frac{20}{20}=1\xrightarrow{.\,100}100\%$

Si el carácter estadístico es cuantitativo, los valores que aparecen en los datos, x_i, se escriben ordenados de menor a mayor.

La frecuencia absoluta, f_i, es el número de veces que aparece cada valor en los datos.

Por ejemplo, el número 7 de la columna f_i , significa que hay 7 alumnos con 15 años.

La suma de las frecuencias absolutas es igual al número total de datos, n (en este caso n = 20, pues hay 20 datos)

La frecuencia relativa, h_i, se calcula dividiendo cada valor f_i entre el nº total de datos, n.

Es decir, $\boxed{h_i=\frac{f_i}{n}}$. La frecuencia relativa se suele expresar en forma de %. Recuerda que para expresar un decimal en forma de porcentaje se multiplica por 100.

La frecuencia relativa nos indica el % de datos que hay iguales al valor x_i correspondiente.

Por ejemplo, el 30% de la columna h_i significa que hay un 30% de alumnos con 13 años.

La suma de las frecuencias relativas es siempre igual al 100%

ACTIVIDADES

1.- Clasifica el carácter estadístico que se está estudiando:

a) Estatura de las jóvenes alboloteñas de 13 años.

b) Intención de voto de los españoles.

c) Número de hermanos de los alumnos de esta clase.

d) Marca de coche de los profesores de Matemáticas del instituto.

e) Número de asignaturas suspensas en la segunda evaluación de los alumnos de 1º ESO.

f) Nombre de los jóvenes españoles de 14 años.

g) Peso de los bebés nacidos en España en 2019.

2.- El nº de días a la semana que practican deporte un grupo de alumnos de 3º de ESO es:

2 ; 0 ; 2 ; 2 ; 3   3 ; 2 ; 3 ; 1 ; 2   3 ; 2 ; 1 ; 2 ; 0   1 ; 2 ; 3 ; 3 ; 3

a) Completa la tabla de frecuencias:

nº de días (x_i)	nº de alumnos = frecuencia absoluta (f_i)	frecuencia relativa (h_i) (en %)
Total		

b) Indica el número de alumnos que practican deporte 3 días a la semana

c) Determina el porcentaje de alumnos que practica deporte 2 días a la semana

3.- Se ha preguntado a un grupo amigos la nota obtenida en el último examen de Lengua.
Los resultados han sido: 8, 4, 6, 4, 6, 5, 5, 8, 6, 6, 5, 5, 6, 5, 8, 5, 6, 4, 5, 8, 6, 6, 5, 4, 6, 5, 8, 5, 6, 4, 5, 8

a) Completa la tabla de frecuencias:

nota (x_i)	nº de alumnos = frecuencia absoluta (f_i)	frecuencia relativa (h_i) (en % redondeado a décimas)
Total		

b) Halla el número de alumnos que ha aprobado

c) Indica el porcentaje aproximado de alumnos que ha sacado un 6

Actividades del libro: 4 (pág. 167) y 30 (pág. 175)

2.- GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

Los datos obtenidos en un estudio estadístico los podemos representar con diferentes gráficos.
Los gráficos nos ayudan a analizar los datos a simple vista. Vamos a ver los gráficos que más se usan:

Diagrama de barras

Se representan los valores x_i en un eje horizontal y para cada valor x_i se dibuja una barra cuya altura sea la frecuencia que se quiera representar, f_i ó h_i

Las barras deben ser de la misma anchura y debemos dibujarlas separadas.
Uniendo los extremos superiores de las barras por su punto medio, se obtiene una línea quebrada llamada **polígono de frecuencias**

Ejemplo:

Vamos a representar el diagrama de barras para las frecuencias absolutas, f_i, de los datos correspondientes al número de hijos de 50 matrimonios.

x_i	f_i
0	4
1	9
2	12
3	10
4	8
5	4
6	2
7	1
Total	50 = n

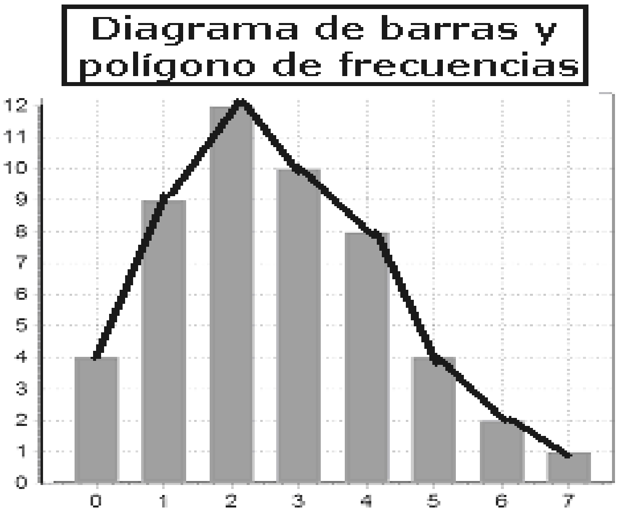


Diagrama de sectores

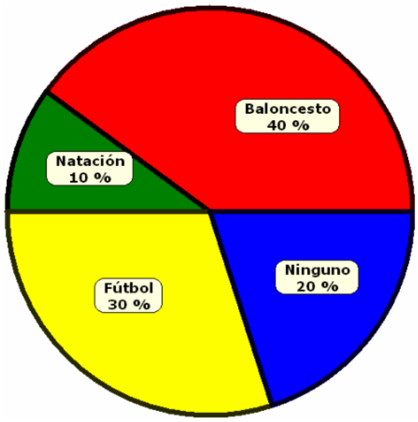
Para el diagrama de sectores se dibuja un círculo y se divide en tantos sectores (quesitos) como valores haya en los datos.

Se utiliza la frecuencia relativa, h_i, de modo que el ángulo de cada sector sea el % del ángulo completo, 360º.

Ejemplo:

Vamos a representar el diagrama de sectores de los datos correspondientes al deporte elegido como favorito de un grupo de alumnos reflejados en la siguiente tabla:

x_i	f_i	h_i (en %)	Ángulo del sector
Baloncesto	12	40	40% de 360º = 0,4 . 360 = 144º
Natación	3	10	10% de 360º = 0,1 . 360 = 36º
Fútbol	9	30	30% de 360º = 0,3 . 360 = 108º
Ninguno	6	20	20% de 360º = 0,2 . 360 = 72º
Total	30	100%	360º



ACTIVIDADES

Actividades del libro: 5, 7, 9, 10 (pág. 169), 32 y 33 (pág. 175)

3.- PARÁMETROS ESTADÍSTICOS

Media aritmética: La media aritmética de un conjunto de datos cuantitativos, que se representa por $\overline{x}$, es la suma de todos los datos dividida entre el número total de datos, n.

Cuando hay datos y algunos se repiten se puede calcular con la fórmula $\boxed{\overline{x} = \frac{\text{suma de } x_i . f_i}{n}}$

Ejemplo: Notas en un examen de un grupo de amigos: 4, 6, 6, 7, 5, 7, 6, 7, 5, 6

x_i	f_i	$x_i f_i$
4	1	4
5	2	10
6	4	24
7	3	21
Total	10 = n	59

$$\text{Media aritmética} = \overline{x} = \frac{\text{suma de } x_i . f_i}{n} = \frac{59}{10} = 5,9$$

La media ponderada: Se calcula cuando los datos son cuantitativos y tienen distinto peso o importancia, p_i.

Se puede hallar usando la fórmula $\boxed{M.P. = \frac{\text{suma de } x_i \, p_i}{\text{suma } p_i}}$

Ejemplo: Tres exámenes tienen distinto peso: el primero vale 1, el segundo 2, y el tercero 3.
Un alumno obtiene calificaciones de 9, 4 y 8, respectivamente. ¿Qué nota le debe poner el profesor?

Se multiplica cada nota por su peso y se divide entre la suma de los pesos.

Media ponderada: $\frac{9.1+4.2+8.3}{1+2+3} = \frac{41}{6} = 6,8$. Luego, le debe poner un 6,8

La moda (Mo): Es el valor que más se repite en los datos. La moda es el valor x_i que tiene mayor frecuencia absoluta.
Puede haber más de una moda o puede que no haya moda porque todos los valores tengan la misma frecuencia absoluta.

Ejemplo: Se pregunta a un grupo de personas cuál es su equipo de fútbol preferido y se hace la siguiente tabla:

x_i = Equipo	f_i = nº de personas
Madrid	12
Granada	7
Barcelona	12
Málaga	6

Podemos ver que hay dos modas, Madrid y Barcelona.

Recorrido o rango: Se calcula cuando los datos son cuantitativos. El recorrido o rango, R, es la diferencia entre el mayor y el menor valor de x_i. Por ejemplo, en el caso de las notas de los alumnos vista anteriormente el rango es 7 – 4 = 3

La mediana (Me): Es el dato que está justamente en medio cuando tenemos todos los datos ordenados de menor a mayor.

- Si el nº de datos es impar, la mediana es el dato central

Ejemplo:
Edades de 9 personas: 15 , 12 , 17 , 15 , 14 , 14 , 17 , 15 , 15
Ordenando los datos: 12, 14, 14, 15, $\boxed{15}$, 15, 15, 17, 17 → Me = 15

- Si el <u>nº de datos es par</u>, la mediana es la media aritmética de los 2 datos centrales

<u>Ejemplo</u>:

Notas de 12 alumnos: 7 , 4 , 6 , 5 , 7 , 7 , 8 , 5 , 8 , 4 , 4 , 5

Ordenando los datos: 4, 4, 4, 5, 5, $\boxed{5, 6}$, 7, 7, 7, 8, 8 → Me = 5,5

ACTIVIDADES

1.- Calcula la mediana de los siguientes datos:

a) Notas de un grupo de amigos: 8, 4, 9, 3, 7, 8, 6 y 6

b) Edades de un grupo de alumnos: 15, 12, 17, 15, 14, 14, 17, 15 y 15

c) Puntuación de un test: 4, 1, 2, 4, 2, 5, 3, 4, 4 y 1

d) Los pesos de un grupo de alumnos, en kg: 60, 70, 65, 62, 65, 73, 68, 62, 64 y 65.

Actividades del libro: 13, 14, 17, 18, 19a), 20 (pág. 171) y 44 (pág. 176)

<u>4.- SUCESOS Y PROBABILIDAD</u>

<u>Experimentos aleatorios y deterministas</u>: Cuando lanzamos un dado no podemos saber de antemano qué resultado nos va a salir. Sabemos que nos puede salir cualquier número del 1 al 6 pero no cuál. Decimos que lanzar un dado es un experimento aleatorio.

Los experimentos que no son aleatorios se llaman *<u>experimentos deterministas</u>*.

<u>Espacio muestral de un experimento aleatorio</u>: Es el conjunto formado por todos los resultados que podemos obtener al hacer el experimento. El espacio muestral se representa con la letra **E**.

<u>Ejemplos</u>

- Si lanzamos una moneda, el espacio muestral es E = { C , X }

- Si extraemos al azar una bola de una caja que tiene bolas rojas, verdes, azules y amarillas, el espacio muestral es E = { R, V, Az, Am }

Cuando el experimento tiene más de una parte, por ejemplo tirar una moneda 3 veces o sacar una bola de una bolsa y luego lanzar un dado, se dice que es un <u>experimento compuesto</u>.

Para obtener el espacio muestral en un experimento compuesto podemos hacerlo directamente o formar una tabla o hacer un diagrama de árbol.

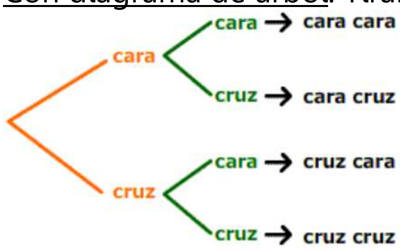
<u>Ejemplos</u>

<u>Con tabla</u>: Sacamos una bola de una bolsa que tiene 3 bolas, una roja, otra azul y otra negra y luego tiramos un dado:

color/dado	1	2	3	4	5	6
roja = r	r1	r2	r3	r4	r5	r6
azul = a	a1	a2	a3	a4	a5	a6
negra = n	n1	n2	n3	n4	n5	n6

E = { r1, ..., r6, a1, ..., a6, n1, ..., n6 } Tiene 18 resultados

<u>Con diagrama de árbol</u>: Tiramos una moneda dos veces:



E = { CC, CX, XC, XX } Tiene 4 resultados

<u>Suceso aleatorio</u>: Un suceso aleatorio es el conjunto formado por algunos resultados de un experimento aleatorio. Los sucesos se representan con letras mayúsculas
<u>Ejemplo:</u> En el experimento de sacar al azar una bola de una bolsa que contiene 8 bolas numeradas del 1 al 8 algunos sucesos son:
A = salir un número menor que 3 = {1, 2}   B = salir un múltiplo de 4 = {4, 8}

<u>Suceso seguro</u>: Un suceso seguro es el suceso que siempre se cumple. Está formado por todos los resultados del experimento y, por tanto, coincide con el espacio muestral, E.

<u>Ejemplos:</u>

- Al lanzar una moneda el suceso "salir cara o cruz" es un suceso seguro.
- Cuando lanzamos un dado el suceso "salir un número menor que 7" es un suceso seguro

<u>Suceso imposible</u>: Un suceso imposible es el nunca ocurre. Es el conjunto que "no tiene ningún elemento". Este conjunto se llama <u>conjunto vacío</u> y se representa con el símbolo $\emptyset$

<u>Ejemplos:</u>

- Al lanzar un dado "salir un número de 2 cifras" es un suceso imposible.
- Si una bolsa sólo tiene bolas blancas y negras, entonces el suceso "sacar bola roja" es un suceso imposible.

<u>Probabilidad de un suceso</u>: La probabilidad de un suceso indica si es más o menos frecuente que ocurra dicho suceso. La probabilidad de un suceso A se representa por p(A) o simplemente por p.

Si todos los resultados tienen la misma posibilidad de aparecer (resultados equiprobables) se usa una regla llamada regla de Laplace, que consiste en dividir el número de casos favorables al suceso entre el número de casos posibles:

$$\textbf{REGLA DE LAPLACE}: \ p(A) = \frac{\text{Número de casos favorables a que ocurra A}}{\text{Número de casos posibles}}$$

La probabilidad del suceso seguro es 1 y la del suceso imposible es 0.
<u>Ejemplos</u>:

- Si se saca una bola al azar de una bolsa que tiene 3 bolas negras y 5 azules, la probabilidad de que sea azul es $p = \frac{5}{8} = 0,625 = 62,5\%$
- Si lanzamos un dado y queremos calcular la probabilidad de que salga un número menor que 3

A = "salir menor que 3" = {1, 2}   E = {1, 2, 3, 4, 5, 6} $\Rightarrow p(A) = \frac{\text{nº de casos favorables}}{\text{nº de casos posibles}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

Si no todos los resultados tienen la misma posibilidad de aparecer (resultados no equiprobables), tenemos que calcular la probabilidad de forma aproximada experimentando

<u>Ejemplo</u>

Cuando dejamos caer una chincheta unas veces sale con la punta hacía arriba  y otras con la punta pegando al suelo . Estos resultados no son equiprobables. Queremos obtener de forma aproximada la probabilidad de que la chincheta caiga con la punta hacía arriba de forma experimental. Para ello tiramos una chincheta 10 000 veces y ha salido en 6000 ocasiones con la punta hacía arriba y en 4000 ocasiones con la punta pegando al suelo.
Aproximadamente, la probabilidad de que si la volvemos a tirar salga con la punta hacía arriba es
$\frac{6000}{10000} = 0,6 = 60\%$

ACTIVIDADES

1.- Determina si los siguientes experimentos son aleatorios o deterministas:
a) Extraer sin mirar una carta de una baraja. b) Lanzar una moneda al aire.
c) Sacar una bola de una bolsa que tiene bolas rojas y anotar el color que se obtiene.
d) Dejar caer una piedra desde 5 metros y decir con qué velocidad llegará al suelo.
e) Medir la temperatura a la que congela el agua destilada. f) Jugar a la lotería primitiva.

2.- Calcula el espacio muestral de los siguientes experimentos aleatorios simples:
a) Elegir un día de la semana
b) Extraer una bola de una caja con doce bolas numeradas del 1 al 12.
c) Elegir al azar un alumno de 1º ESO de este centro y anotar el grupo en el que está
d) Extraer una bola de una bolsa con bolas negras, blancas, marrones y amarillas y anotar el color

3.- Obtén el espacio muestral de los siguientes experimentos aleatorios compuestos usando tabla o un diagrama de árbol
a) Lanzar una moneda y luego elegir un número primo de una cifra
b) Sacar una bola de una caja con 2 bolas, blanca y roja y luego tirar un dado

4.- Una moneda se lanza cuatro veces y siempre sale cruz. ¿Qué es más probable que aparezca la siguiente vez? a) Cara b) Cruz c) Es igual de probable que salga cara o cruz
d) No se puede saber la probabilidad

5.- En un instituto el 32% de los alumnos repite curso. Si se elige un alumno al azar, ¿cual es la probabilidad de que no sea repetidor?

6.- Tienes 10 tarjetas numeradas desde 1 al 10. Si sacas una tarjeta al azar, ¿cuál es la probabilidad de que salga un número primo?

7.- En el experimento de sacar una carta de la baraja española (de 40 cartas), ¿cuál es la probabilidad de que no sea una figura?

8.- Estás jugando con un dado trucado en el que no todas las caras tienen la misma probabilidad de salir. Quieres averiguar de forma aproximada qué probabilidad tienes de que te salga el 6.
Lo lanzas 500 veces y resulta que te sale 100 veces el 6.
a) ¿Cuál es la probabilidad de que salga el 6 con este dado?
b) Si el dado no estuviera trucado, ¿cuál sería el % de probabilidad de que salga el 6?

Actividades del libro: 25, 26, 27, 28 (pág. 173) 42 y 43 (pág. 176)