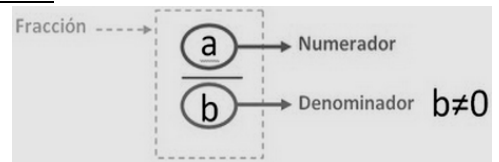


1.- CONCEPTO DE FRACCIÓN

Una fracción es el cociente indicado de dos números enteros:



Por ejemplo, $\frac{3}{4}$ es una fracción.

Para leer una fracción, se lee primero el numerador y luego el denominador.

Cuando los denominadores son menores o iguales que diez, se leen respectivamente: medios, tercios, cuartos, quintos, sextos, séptimos, octavos, novenos y décimos.

Ejemplos: $5/2$ se lee cinco medios, $1/3$ se lee un tercio, $9/4$ nueve cuartos, etc.

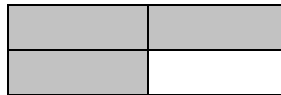
Cuando el denominador es mayor que 10, se lee el numerador y después el denominador seguido de la terminación –avo. Por ejemplo, $12/14$ se lee doce catorceavos

Fracción como partes de un todo

En una fracción, el denominador indica las partes iguales en que se divide la unidad y el numerador las partes que se toman.

Ejemplos:

La fracción $\frac{3}{4}$ indica que dividimos la unidad en 4 partes iguales y tomamos 3 partes.



Cuando quieras representar una fracción en una figura determinada, haz lo siguiente:

1º) Divide la figura en tantas partes iguales como indique el denominador

2º) Sombrea tantas partes como indique el numerador

Por ejemplo, aquí tienes representado las $3/4$ partes de un triángulo equilátero



Si queremos representar $11/8$ hay que tomar dos rectángulos porque hay que dividir en 8 partes iguales y tomar 11:



Fracción como proporción

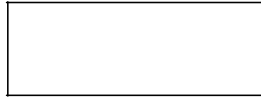
- Si en una clase dos de cada tres alumnos aprueban decimos que aprueban los $\frac{2}{3}$ de los alumnos

- Si tengo 20 € y me gasto 3 €, me he gastado $\frac{3}{20}$ de mi dinero y me quedan $\frac{17}{20}$

Se dice que las fracciones $\frac{3}{20}$ y $\frac{17}{20}$ son complementarias

ACTIVIDADES

1.- En el instituto donde estudia mi primo Víctor aprobaron las matemáticas 5 de cada 8 alumnos. Escribe la fracción de aprobados, exprésala con palabras y represéntala usando este rectángulo



Actividades del libro: 2, 10 (pág. 69), 74 (pág. 83) y 109 (pág. 86)

2.- FRACCIÓN DE UNA CANTIDAD

Observa cómo se puede calcular los $\frac{2}{3}$ de 12

$$\times \frac{2}{3} : \text{ de } \boxed{12} = (\boxed{12 : 3}) \times 2 = 4 \times 2 = \boxed{8}$$

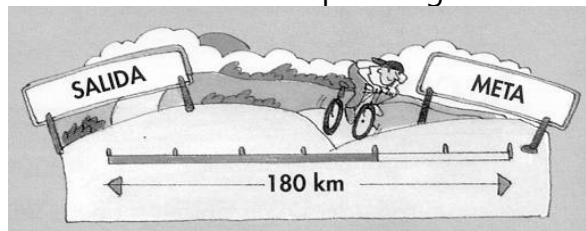
número

Es así porque $\frac{2}{3}$ significa dividir entre 3 y tomar 2

En general, para calcular la fracción de una cantidad dividimos entre el denominador y el resultado lo multiplicamos por el numerador.

También se puede hacer así: $\frac{2}{3}$ de 12 = $\frac{2 \cdot 12}{3} = \frac{24}{3} = 8$. Aunque la primera forma suele ser más sencilla

El cálculo de la fracción de una cantidad permite resolver muchos problemas de la vida real. Por ejemplo, ¿cuántos kilómetros le faltan al ciclista para llegar a la meta?



Observa que le quedan $\frac{2}{6}$ de 180 km = $180 : 6 \cdot 2 = 30 \cdot 2 = 60$ km.

ACTIVIDADES

1.- Juan ha comprado un libro que vale 60 € y le han rebajado $\frac{1}{3}$ del valor del mismo. ¿Cuánto ha tenido que abonar por el mismo?

2.- Andrés pesa 80 kg y su hermana Sara pesa $\frac{3}{4}$ de lo que pesa Andrés. ¿Cuánto pesan entre los dos hermanos?

3.- De una barra de hierro de 400 cm, se cortan las $\frac{2}{5}$ partes y después las $\frac{3}{4}$ del resto. ¿Cuántos centímetros quedan?

4.- Un ordenador tiene un disco duro de 64 GB. Los $\frac{3}{16}$ lo ocupan programas y $\frac{1}{4}$ del resto son ficheros. ¿Cuántos GB de memoria quedan libres?

5.- Un panadero hace diariamente 360 panecillos que reparte en 4 tiendas de la siguiente manera: En la 1ª deja la tercera parte de los panecillos, en la 2ª deja la cuarta parte de los que le quedan, en la 3ª deja la quinta parte de los que le quedan y en la 4ª deja el resto.
¿Cuántos panecillos vende a cada una de las cuatro tiendas?

6.- Un sastre compra 60 m de tela a 3 €/m. Vende las $\frac{7}{12}$ partes a 5 €/m, $\frac{2}{5}$ del resto a 4 €/m y la tela que le sobra a 3 €/m ¿Cuánto gana en la operación?

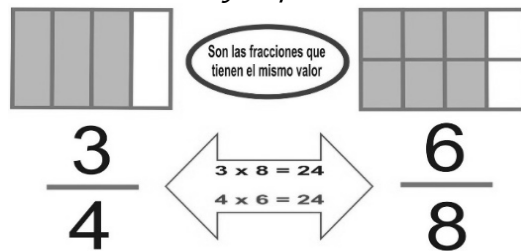
Actividades del libro: 11, 12 (pág. 69) y 110 (pág. 86)

3.- FRACCIONES EQUIVALENTES. AMPLIFICACIÓN Y SIMPLIFICACIÓN

Fracciones equivalentes

Dos fracciones son equivalentes cuando representan la misma cantidad.

Ejemplo:

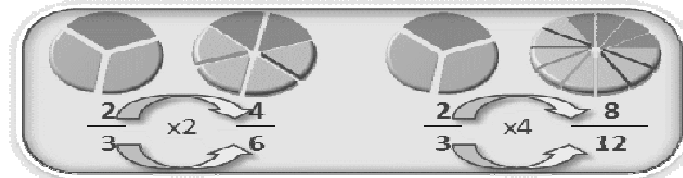


$\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$ porque representan la misma parte de rectángulo.

En general, $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow a \cdot d = b \cdot c$

Amplificación de fracciones

Amplificar una fracción es obtener otra fracción equivalente con números más grandes multiplicando el numerador y denominador por un mismo número entero distinto de 0.



Puedes observar que la fracción amplificada es equivalente a la fracción inicial

La regla para amplificar es: $\frac{a}{b} \xrightarrow{\cdot c}{\cdot c} \frac{a \cdot c}{b \cdot c}$, siendo $c \neq 0$

Simplificación de fracciones

Simplificar una fracción es obtener una fracción equivalente con números más pequeños dividiendo numerador y denominador por un mismo divisor común.

Las fracciones que no se pueden simplificar se llaman **fracciones irreducibles**.

$$\begin{array}{ccccccc} \begin{array}{c} \text{Dividir} \\ \text{entre 2} \\ \downarrow \\ \frac{2352}{252} \\ \uparrow \\ \text{Dividir} \\ \text{entre 2} \end{array} & = & \begin{array}{c} \text{Dividir} \\ \text{entre 2} \\ \downarrow \\ \frac{1176}{126} \\ \uparrow \\ \text{Dividir} \\ \text{entre 2} \end{array} & = & \begin{array}{c} \text{Dividir} \\ \text{entre 3} \\ \downarrow \\ \frac{588}{63} \\ \uparrow \\ \text{Dividir} \\ \text{entre 3} \end{array} & = & \begin{array}{c} \text{Dividir} \\ \text{entre 7} \\ \downarrow \\ \frac{196}{21} \\ \uparrow \\ \text{Dividir} \\ \text{entre 7} \end{array} & = & \frac{28}{3} & \text{Fracción} \\ & & & & & & & & & \text{irreducible} \\ & & & & & & & & & \text{No hay más} \\ & & & & & & & & & \text{factores comunes} \\ & & & & & & & & & \text{entre 28 y 3} \end{array}$$

Se puede comprobar que cada fracción simplificada es equivalente a la fracción inicial

La regla para simplificar es: $\frac{a}{b} \xrightarrow{\begin{smallmatrix} :d \\ :d \end{smallmatrix}} \frac{a:d}{b:d}$, siendo d un divisor de a y de b

Se puede obtener la fracción irreducible en un solo paso dividiendo numerador y denominador entre el mcd.

Ejemplo: $\frac{132}{198} \Rightarrow mcd(132, 198) = mcd(2^2 \cdot 3 \cdot 11, 2 \cdot 3^2 \cdot 11) = 2 \cdot 3 \cdot 11 = 66$

$$\frac{132}{198} \xrightarrow{\begin{smallmatrix} :66 \\ :66 \end{smallmatrix}} \frac{2}{3} \text{ (fracción irreducible)}$$

Cuando vayas a simplificar una fracción simplifica entre 10, 100, etc y, si no se puede, prueba por los números primos 2, 3, 5, 7, etc

ACTIVIDADES

Actividades del libro: 14, 19 y 21 (pág. 71)

4.- REDUCCIÓN DE FRACCIONES A COMÚN DENOMINADOR. ORDENACIÓN

Reducción de fracciones a común denominador

Reducir varias fracciones a común denominador es calcular otras fracciones equivalentes con denominador común.

Para reducir fracciones al mismo denominador se toma como común denominador un múltiplo de todos los denominadores. Se suele tomar el mcm de los denominadores.

Luego, se divide el denominador común entre cada denominador y el resultado se multiplica por el numerador.

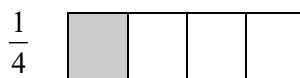
Ejemplo: $\frac{5}{4}, \frac{1}{8}, \frac{11}{6}, \frac{2}{3}$ $mcm(4, 8, 6, 3) = mcm(2^2, 2^3, 2 \cdot 3, 3) = 2^3 \cdot 3 = 24$

$$\frac{5}{4} \xrightarrow{.(24 : 4)} \frac{30}{24}, \quad \frac{1}{8} \xrightarrow{.(24 : 8)} \frac{3}{24}, \quad \frac{11}{6} \xrightarrow{.(24 : 6)} \frac{44}{24}, \quad \frac{2}{3} \xrightarrow{.(24 : 3)} \frac{16}{24}$$

Ordenación de fracciones

Si las fracciones tienen el mismo denominador, es menor la que tiene menor numerador.

Por ejemplo, $\frac{1}{4} < \frac{3}{4}$ porque $1 < 3$.



Cuando las fracciones no tengan el mismo denominador, se pueden comparar reduciéndolas a común denominador.

Por ejemplo, vamos a comparar $\frac{3}{4}$ y $\frac{5}{6} \rightarrow \frac{9}{12}$ y $\frac{10}{12}$. Como $\frac{9}{12} < \frac{10}{12}$, entonces $\frac{3}{4} < \frac{5}{6}$

Cuando tengas que comparar dos fracciones, en lugar de reducirlas a común denominador puedes

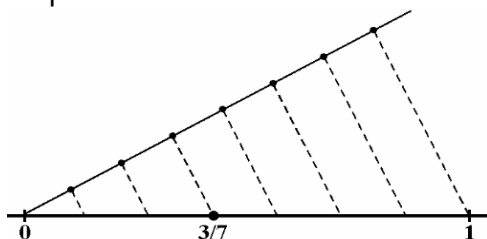
usar el siguiente criterio: $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ si $ad < bc$. Por ejemplo, $\frac{3}{8} < \frac{4}{9}$, porque $3 \cdot 9 < 8 \cdot 4$

ACTIVIDADES

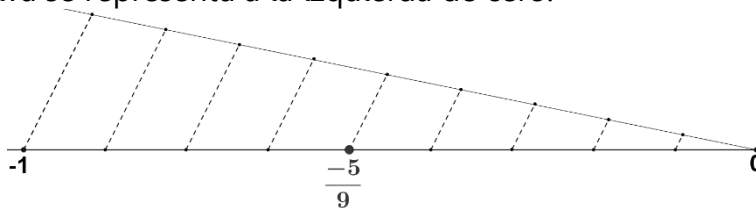
Actividades del libro: 26 (pág. 73), 65 (pág. 81), 87 (pág. 84) y el mejor jugador (pág. 88)

5.- REPRESENTACIÓN DE FRACCIONES EN LA RECTA

- Las fracciones propias positivas propias (numerador < denominador) se representan entre 0 y 1
 Por ejemplo, para representar la fracción propia $\frac{3}{7}$ en la recta dividimos el segmento [0, 1] en 7 partes iguales y tomamos 3 partes a partir de 0

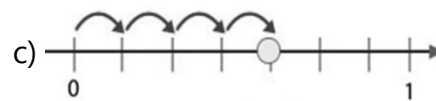
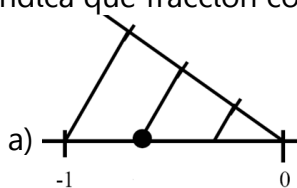


- Si la fracción es negativa se representa a la izquierda de cero:



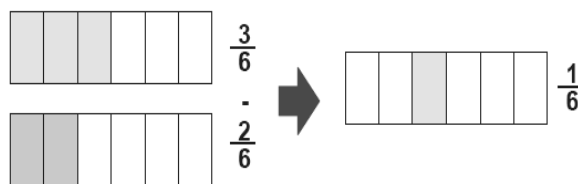
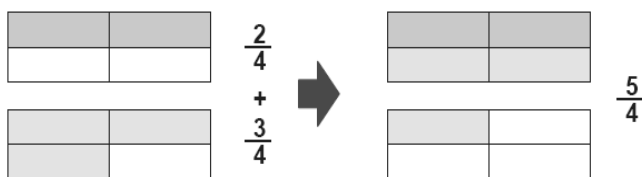
ACTIVIDADES

- Representa de forma exacta las fracciones usando la interpretación de la fracción como partes de la unidad: a) $\frac{3}{5}$ b) $-\frac{5}{6}$
- Indica qué fracción corresponde al punto representado:



6.- SUMA Y RESTA DE FRACCIONES

Si las fracciones tienen el mismo denominador, se deja igual el denominador y se suman o restan los numeradores. *Ejemplos.*



En general, las reglas son

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$$

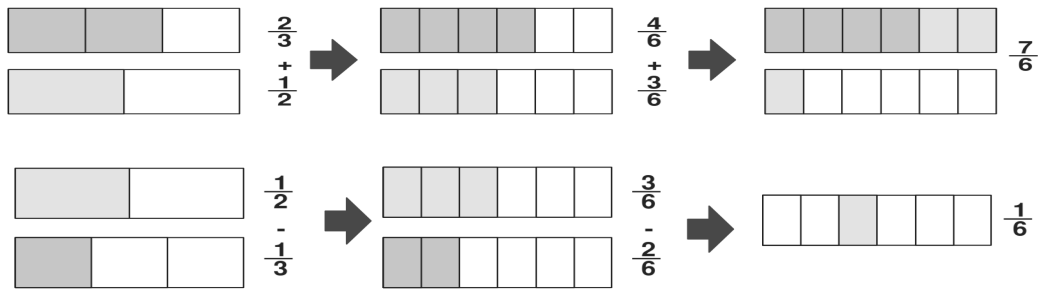
$$\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}$$

Más ejemplos

$$\frac{2}{4} + \frac{3}{4} = \frac{2+3}{4} = \frac{5}{4}$$

$$\frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{3-2}{6} = \frac{1}{6}$$

Si las fracciones tienen distinto denominador, se reducen a común denominador y se aplica la regla anterior. Ejemplos:



Más ejemplos

$$1) \quad \frac{5}{4} + \frac{1}{8} - \frac{11}{6} + \frac{2}{3} \rightarrow mcm(4, 8, 6, 3) = mcm(2^2, 2^3, 2 \cdot 3, 3) = 2^3 \cdot 3 = 24$$

$$\frac{30}{24} + \frac{3}{24} - \frac{44}{24} + \frac{16}{24} = \frac{5}{24}$$

$$2) \quad \frac{1}{8} - \frac{-1}{4} + \frac{-5}{6} + \frac{3}{10} \xrightarrow{mcm(8, 4, 6, 10) = 120} \frac{15}{120} - \frac{-30}{120} + \frac{-100}{120} + \frac{36}{120} = \frac{15 + 30 - 100 + 36}{120} = \frac{-19}{120}$$

Problemas usando la suma o la resta

1) En el cumpleaños de Paula, la tarta se repartió de la siguiente manera:

Blanca tomó $\frac{1}{4}$, María $\frac{1}{5}$, Jorge $\frac{1}{3}$ y Paula $\frac{1}{6}$. Calcula la fracción de tarta que sobró.

Solución: Se calcula la fracción de tarta que comieron entre los 4 sumando las fracciones:

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{15}{60} + \frac{12}{60} + \frac{20}{60} + \frac{10}{60} = \frac{57}{60}. \text{ Como se comieron } \frac{57}{60} \text{ de tarta, sobró } \frac{3}{60} = \frac{1}{20} \text{ de tarta}$$

2) En un zoo, los $\frac{4}{17}$ de los animales son aves y los $\frac{10}{17}$ son mamíferos.

Indica la fracción de animales que hay entre aves y mamíferos y qué fracción hay más de mamíferos que de aves

Solución: Mamíferos y aves: $\frac{4}{17} + \frac{10}{17} = \frac{14}{17}$. mamíferos más que aves: $\frac{10}{17} - \frac{4}{17} = \frac{6}{17}$.

ACTIVIDADES

1.- Realiza las siguientes sumas y restas y simplifica el resultado

a) $-2 + \frac{-5}{6} - \frac{-1}{4}$ b) $\frac{-1}{9} - 3 + \frac{-7}{18} - \frac{-5}{8}$ c) $\frac{-5}{4} - 2 + \frac{-20}{3} - \frac{-5}{9} - \frac{7}{6}$

2.- En una etapa ciclista, un ciclista recorre en la primera hora los $\frac{5}{18}$ de la etapa y en la segunda

hora los $\frac{7}{12}$ de la etapa. Calcula:

a) La fracción de la etapa que ha recorrido en las dos horas.

b) La fracción de la etapa que le queda por recorrer.

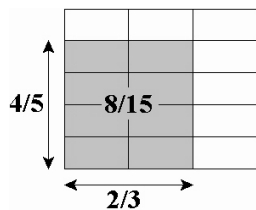
c) Los km recorridos cada hora, si la etapa es de 108 km

Actividades del libro: 36, 40, 41 (pág. 75) y 63 (pág. 81)

7.- PRODUCTO DE FRACCIONES. FRACCIÓN DE UNA FRACCIÓN. POTENCIA DE UNA FRACCIÓNProducto de fracciones

Para multiplicar fracciones se multiplica numerador por numerador y denominador por denominador

Ejemplo:



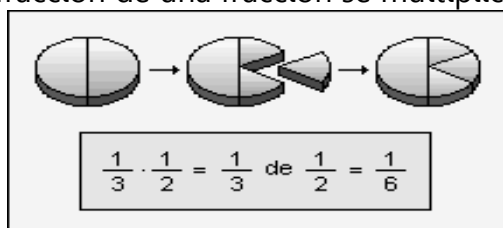
$$\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 5} = \frac{8}{15}$$

En general, $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$

Otro ejemplo: $\frac{-3}{2} \cdot \frac{-5}{6} = \frac{(-3)(-5)}{2 \cdot 6} = \frac{15}{12} = \frac{5}{4}$

Fracción de una fracción

Para calcular la fracción de una fracción se multiplican las fracciones.



En general, $\frac{a}{b}$ de $\frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$

Por el mismo procedimiento se puede calcular la fracción de una cantidad:

Por ejemplo, $\frac{2}{3}$ de $24 = \frac{2}{3}$ de $\frac{24}{1} = \frac{2 \cdot 24}{3 \cdot 1} = 16$

Problemas usando la multiplicación de fracciones

Los $\frac{2}{5}$ de los $\frac{3}{4}$ de las uvas recolectadas en unas viñas se destinan a elaborar vinagre.

¿Qué fracción de las uvas recolectadas se destina a elaborar vinagre?

Solución: $\frac{2}{5}$ de $\frac{3}{4} = \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$. Luego, se destina $\frac{3}{10}$ de las uvas

Potencia de una fracción

Observa: $\left(\frac{3}{5}\right)^4 = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{\overbrace{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}^{4 \text{ veces}}}{\underbrace{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}_{4 \text{ veces}}} = \frac{3^4}{5^4} = \frac{81}{625}$

En general, para calcular la potencia de una fracción se eleva numerador y denominador al

exponente de la potencia $\rightarrow \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ Ejemplo: $\left(\frac{-2}{5}\right)^3 = \frac{(-2)^3}{5^3} = \frac{-8}{125}$

ACTIVIDADES

- 1.- Una vasija tiene una capacidad de $12/5$ de litro y está llena de agua en $5/6$ de su capacidad. ¿Cuántos litros de agua contiene?
- 2.- Las $\frac{3}{4}$ partes de las calculadoras de una tienda son científicas y, de éstas, $\frac{5}{12}$ son programables. ¿Qué fracción del total de calculadoras son programables?
- 3.- Una garrafa está llena de agua en sus $9/16$ partes. Si se sacan las $2/3$ del contenido, ¿qué fracción de agua queda al final en la garrafa?
- 4.- Pedro lleva en su furgoneta 500 botellas de $\frac{3}{4}$ de litro y Luis lleva 600 botellas de $\frac{2}{3}$ de litro. ¿Cuál de las dos lleva más carga?

Actividades del libro: 43, 44 y 47 (pág. 77)

8.- FRACCIONES INVERSAS. NÚMEROS INVERSOS. DIVISIÓN DE FRACCIONESFracciones inversas

Decimos que dos fracciones son inversas entre sí, si su producto es 1.

Por ejemplo, las fracciones $\frac{3}{5}$ y $\frac{5}{3}$ son inversas entre sí porque $\frac{3}{5} \cdot \frac{5}{3} = \frac{15}{15} = 1$

En general, las fracciones $\frac{a}{b}$ y $\frac{b}{a}$ son inversas entre sí.

Observa que si el numerador es 0 no existe la fracción inversa. Por ejemplo, no existe la inversa de $\frac{0}{3}$

Números inversos

Decimos que dos números son inversos entre sí, si su producto es 1.

Por ejemplo, los números 7 y $\frac{1}{7}$ son inversos entre sí porque $7 \cdot \frac{1}{7} = \frac{7}{1} \cdot \frac{1}{7} = \frac{7}{7} = 1$

En general, los números a y $\frac{1}{a}$ son inversos entre sí.

División de fracciones

Para dividir dos fracciones se multiplica la primera fracción por la inversa de la segunda.

Ejemplo: $\frac{3}{2} : \frac{5}{7} = \frac{3}{2} \cdot \frac{7}{5} = \frac{21}{10}$

Se puede hacer directamente multiplicando en cruz: $\frac{3}{2} : \frac{5}{7} = \frac{3 \cdot 7}{2 \cdot 5} = \frac{21}{10}$ $\frac{5}{3} : \frac{6}{4} = \frac{5 \cdot 4}{3 \cdot 6} = \frac{20}{18} \rightarrow \frac{10}{9}$

En general: $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$

Otro ejemplo: $\frac{3}{2} : \frac{-5}{6} = \frac{3 \cdot 6}{2 \cdot (-5)} = \frac{18}{-10} = \frac{-18}{10} = \frac{-9}{5}$

Problemas usando la división de fracciones

1) Con el agua de un bidón se llenan 64 botellas de $\frac{3}{2}$ de litro cada una. Si usamos botellas de $\frac{3}{4}$ de litro, ¿cuántas necesitaremos?

Solución: Agua del bidón: $64 \cdot \frac{3}{2} = 96$ litros N° de botellas de $\frac{3}{4}$ de litro: $96 : \frac{3}{4} = 128$ botellas

2) Con $\frac{3}{4}$ kg de canela, ¿cuántas bolsas de $\frac{1}{20}$ kg pueden llenarse?

Solución: N° de bolsas = cantidad total de canela: capacidad de la bolsa = $\frac{3}{4} : \frac{1}{20} = \frac{60}{4} = 15$ bolsas

ACTIVIDADES

1.- ¿Qué fracción se obtiene si se calcula la inversa de la inversa de una fracción?

2.- Un alumno dice que el inverso de $\frac{1}{4}$ es un número entero. ¿Es cierto?

3.- Un bote de suavizante de $\frac{9}{4}$ de litro lleva un tapón dosificador con una capacidad de $\frac{3}{40}$ de litro. ¿Cuántas dosis contiene el bote?

4.- En una estantería hay 60 botellas de vino de $\frac{3}{4}$ de litro cada una y en otra hay 120 botellas de $\frac{1}{4}$ de litro cada una. Calcula:

a) Los litros de vino que hay en total.

b) El número de botellas de $\frac{1}{3}$ de litro que se pueden llenar con los litros del apartado anterior

Actividades del libro: 46 (pág. 77) y 68 a) y b) (pág. 81)

9.- OPERACIONES COMBINADAS CON FRACCIONES

Para realizar operaciones combinadas con fracciones se sigue el siguiente orden:

1º) Se hacen las multiplicaciones y divisiones, de izquierda a derecha

2º) Se hacen las sumas y restas

Ejemplo:

$$\frac{2}{1} - \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} + \frac{3}{2} : \frac{3}{1}. \text{ Hacemos las multiplicaciones y divisiones: } \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{4} \quad \frac{3}{2} : \frac{3}{1} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Nos queda: } \frac{2}{1} - \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{8}{4} - \frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{9}{4}$$

ACTIVIDADES

Actividades del libro: 53, 55 (pág. 79) y 115 (pág. 87)