

**1.- RELACIÓN DE DIVISIBILIDAD. MÚLTIPLOS Y DIVISORES**

1.- Juega con tu compañero al juego "tachando múltiplos o divisores".

Primero tenéis que dibujar un cuadrado con los 36 primeros números, como este:

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36

Reglas del juego:

Empieza cualquier jugador que debe tachar un número par del tablero. En la jugada siguiente, el otro jugador debe tachar un múltiplo o divisor del elegido por el contrincante. Se siguen las jugadas con las mismas condiciones hasta que un jugador no puede tachar ningún número. Dicho jugador habrá perdido el juego.

*Actividades del libro.* 24, 26, 27 y 30 (pág. 13) y 117 (pág. 24)

**24.** Comprueba en cada caso si el primer número es múltiplo del segundo.



a) 87 y 7

b) 126 y 9

c) 1234 y 12

Solución

a) No, porque la división no es exacta: cociente = 12, resto = 3

b) Sí, porque la división es exacta:  $126:9 = 14$  ó lo que es lo mismo  $126 = 9 \cdot 14$

c) No, porque la división no es exacta: cociente = 102, resto = 10

**26.** Indica cuáles de las siguientes expresiones son ciertas y corrige las falsas en tu cuaderno.



a) 325 es múltiplo de 5.

c) 4500 no es múltiplo de 50.

b) 25 es múltiplo de 450.

d) 48 es divisor de 6.

Solución: a) cierto      b) falso. Lo correcto sería decir que 450 es múltiplo de 25

c) falso, porque sí que es múltiplo:  $4500 = 90 \cdot 50$

d) falso. Lo correcto sería decir que 6 es divisor de 48

**27.** Encuentra todos los divisores de los siguientes números.



a) 20

b) 28

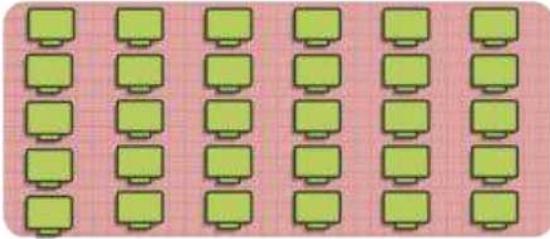
c) 41

d) 55

Solución

a)  $D(20) = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$     b)  $D(28) = \{1, 2, 4, 7, 14, 28\}$     c)  $D(41) = \{1, 41\}$     d)  $D(55) = \{1, 5, 11, 55\}$

30. Los alumnos de una clase han colocado sus mesas separadas, formando un rectángulo.



Si la clase tiene 30 alumnos, ¿de cuántas formas distintas se pueden colocar?

**Solución:** Como  $D(30) = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$  las formas serían: 1ª forma, aunque no sería lo más adecuado: 1 fila de 30 sillas ó 30 filas de 1 silla    2ª forma: 2 filas de 15 sillas ó 15 filas de 2 sillas  
3ª forma: 3 filas de 10 sillas ó 10 filas de 3 sillas    4ª forma: 5 filas de 6 sillas ó 6 filas de 5 sillas

117. Una banda de música está formada por 40 personas.  
Durante las fiestas del pueblo van a desfilar por las calles, de forma que en todas las filas haya el mismo número de músicos.



¿De cuántas formas distintas podrán desfilar?

**Solución:** Como  $D(40) = \{1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40\}$  las formas serían: 1ª forma, aunque no sería lo más adecuado: 1 fila de 40 músicos ó 40 filas de 1 músico  
2ª forma: 2 filas de 20 músicos ó 20 filas de 2 músicos  
3ª forma: 4 filas de 10 músicos ó 10 filas de 4 músicos  
4ª forma: 5 filas de 8 músicos ó 8 filas de 5 músicos

## 2.- CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD

1.- Durante la última ola de calor una fábrica ha creado hoy 828102 cubitos de hielo. ¿Podría empaquetarlos todos en bolsas de 3 cubitos? ¿Y en bolsas de 11 cubitos?

**Solución:** a) Sí, porque 828 102 es divisible por 3    b) Sí, porque 828 102 es divisible por 11

2.- Un supermercado tiene 65 yogures a punto de caducar. Para venderlos antes de la fecha límite se les ocurre hacer packs de yogures con un descuento. ¿Podrían hacer packs de 3 yogures? ¿Y de 5 yogures?

**Solución:** a) No, porque 65 no es divisible por 3    b) Sí, porque 65 es divisible por 5

3.- Juan tiene una caja fuerte. Para poder abrirla necesita saber la combinación de cinco cifras pero ha olvidado la penúltima cifra. Sabe que es 106 \_ 8 y también recuerda que el número es divisible por 11. a) Averigua la cifra que falta. b) El número obtenido, ¿es divisible por 6?

**Solución:** a) La cifra 2 b) No, porque aunque 10628 es divisible por 2, no lo es por 3

**Actividades del libro:** 34 y 41 (pág. 15) y 90 (pág. 22)

**34.** Escribe un número capicúa de seis cifras. Comprueba

si el número es divisible por 11.

**Solución:** Por ejemplo, 234432. Sí que es divisible por 11 usando el criterio de divisibilidad por 11

**41.** Al multiplicar un número por 9, Carolina ha obtenido el siguiente resultado:

3 3 7  6 5

Por desgracia, una mancha de tinta tapa una de las cifras, que no se distingue. ¿Podrías decir cuál es?

**Solución:** La cifra 1

**90.** Copia y completa en tu cuaderno la siguiente tabla, utilizando los criterios de divisibilidad.

Divisible por	72	253	628	888	901
2	●●●	●●●	●●●	●●●	●●●
3	●●●	●●●	●●●	●●●	●●●
4	●●●	●●●	●●●	●●●	●●●
5	●●●	●●●	●●●	●●●	●●●
9	●●●	●●●	●●●	●●●	●●●
11	●●●	●●●	●●●	●●●	●●●

**Solución:** 72 es divisible por 2, 3, 4 y 9    253 es divisible por 11    628 es divisible por 2  
888 es divisible por 2, 3 y 4    901 es divisible por ninguno

### 3.- NÚMEROS PRIMOS

1.- Aplica la criba de Eratóstenes para obtener los números primos comprendidos entre el 101 y el 150. **Solución:** 101, 103, 107, 109, 113, 127, 131, 137, 139 y 149

2.- En un aula hay 30 sillas distribuidas en 5 filas de 6 sillas cada una. Se rompe una silla. ¿Se podrán colocar las sillas ahora en filas con igual número de sillas en cada fila? Razona tú respuesta.

**Solución:** No. Porque 29 es primo y sólo se puede expresar como 1 · 29 (sólo se podrían poner en 1 fila de 29 sillas o 29 filas de 1 silla)

**Actividad del libro:** 91 (pág. 22)

**91.** Indica si los siguientes números son primos o compuestos.

a) 57

c) 107

e) 347

b) 91

d) 117

f) 803

**Solución:** a) compuesto    b) compuesto    c) primo    d) compuesto    e) primo    f) compuesto

**4.- FACTORIZACIÓN**

1.- Explica por qué  $4^7 \cdot 5^3$  no es la factorización de ningún número **Solución:** Porque 4 no es primo.

2.- Asocia a cada número su descomposición en factores primos:

45	24	75	72	63	84	12
$3^2 \cdot 7$	$2^3 \cdot 3^2$	$3^2 \cdot 5$	$2^2 \cdot 3 \cdot 7$	$3 \cdot 5^2$	$2^2 \cdot 3 \cdot 7$	$2^2 \cdot 3$

**Solución:**  $45 = 3^2 \cdot 5$     $24 = 2^3 \cdot 3$     $75 = 3 \cdot 5^2$     $72 = 2^3 \cdot 3^2$     $63 = 3^2 \cdot 7$     $84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$     $12 = 2^2 \cdot 3$

**Actividad del libro.** 97 (pág. 23)

**97.** Escribe la descomposición en factores primos de los siguientes números.

- |       |        |         |
|-------|--------|---------|
| a) 48 | d) 96  | g) 495  |
| b) 54 | e) 128 | h) 729  |
| c) 84 | f) 154 | i) 1024 |

**Solución:** a)  $2^4 \cdot 3$    b)  $2 \cdot 3^3$    c)  $2^2 \cdot 3 \cdot 7$    d)  $2^5 \cdot 3$    e)  $2^7$    f)  $2 \cdot 7 \cdot 11$    g)  $3^2 \cdot 5 \cdot 11$    h)  $3^6$    i)  $2^{10}$

**5.- MCD y MCM**

**Actividades del libro.** 46 (pág. 16), 51 (pág. 17), 61 (pág. 18) y 64 (pág. 19)

**46.** Escribe todos los divisores de los siguientes números y encuentra su máximo común divisor.

- |           |                |
|-----------|----------------|
| a) 8 y 12 | d) 9, 12 y 15  |
| b) 3 y 18 | e) 20, 24 y 32 |
| c) 9 y 15 | f) 18, 12 y 42 |

**Solución**

a)  $D(8) = \{1, 2, 4, 8\}$     $D(12) = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$    mcd  $\rightarrow 4$

b)  $D(3) = \{1, 3\}$     $D(18) = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$    mcd  $\rightarrow 6$

c)  $D(9) = \{1, 3, 9\}$     $D(15) = \{1, 3, 5, 15\}$    mcd  $\rightarrow 3$

d)  $D(9) = \{1, 3, 9\}$     $D(12) = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$     $D(15) = \{1, 3, 5, 15\}$    mcd  $\rightarrow 3$

e)  $D(20) = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$     $D(24) = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$     $D(32) = \{1, 2, 4, 8, 16, 32\}$    mcd  $\rightarrow 4$

f)  $D(18) = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$     $D(12) = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$     $D(42) = \{1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42\}$    mcd  $\rightarrow 6$

**51.** Calcula el m.c.m. de los siguientes grupos de números.

- |              |                |
|--------------|----------------|
| a) 15 y 24   | d) 14, 21 y 35 |
| b) 20 y 25   | e) 3, 4 y 5    |
| c) 2, 3 y 18 | f) 15, 20 y 25 |

**Solución:** a)  $15 = 3 \cdot 5$     $24 = 2^3 \cdot 3$    mcm:  $2^3 \cdot 3 \cdot 5 = 120$    b)  $20 = 2^2 \cdot 5$     $25 = 5^2$    mcm:  $2^2 \cdot 5^2 = 100$

c)  $2 = 2$     $3 = 3$     $18 = 2 \cdot 3^2$    mcm:  $2 \cdot 3^2 = 18$    d)  $14 = 2 \cdot 7$     $21 = 3 \cdot 7$     $35 = 5 \cdot 7$    mcm:  $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 210$

e)  $3 = 3$     $4 = 2^2$     $5 = 5$    mcm:  $2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$    f)  $15 = 3 \cdot 5$     $20 = 2^2 \cdot 5$     $25 = 5^2$    mcm:  $2^2 \cdot 3 \cdot 5^2 = 300$

**61.** Descompón los siguientes números en factores primos

 y calcula su m.c.d.

a) 320 y 180

d) 72, 81 y 126

b) 400 y 125

e) 100, 150 y 325

c) 56 y 156

f) 63, 49 y 57

Solución

a)  $320 = 2^6 \cdot 5$      $180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$      $\text{mcd}: 2^2 \cdot 5 = 20$

b)  $400 = 2^4 \cdot 5^2$      $125 = 5^3$      $\text{mcd}: 5^2 = 25$

c)  $56 = 2^3 \cdot 7$      $156 = 2^2 \cdot 3 \cdot 13$      $\text{mcd}: 2^2 = 4$

d)  $72 = 2^3 \cdot 3^2$      $81 = 3^4$      $126 = 2 \cdot 3^2 \cdot 7$      $\text{mcd}: 3^2 = 9$

e)  $100 = 2^2 \cdot 5^2$      $150 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2$      $325 = 5^2 \cdot 13$      $\text{mcd}: 5^2 = 25$

f)  $63 = 3^2 \cdot 7$      $49 = 7^2$      $57 = 3 \cdot 19$      $\text{mcd}: 1$

**64.** Los siguientes pares de números ya están descom-

 puestos en factores primos. Escribe la descomposición en factores primos del m.c.d. y el m.c.m. en cada caso.

a)  $2^4 \cdot 3^4 \cdot 5$  y  $2^2 \cdot 3^3$

b)  $2^7 \cdot 3^6 \cdot 5^4$  y  $2^{21} \cdot 5^3$

Solución: a)  $\text{mcd}: 2^2 \cdot 3^3$      $\text{mcm}: 2^4 \cdot 3^4 \cdot 5$     b)  $\text{mcd}: 2^7 \cdot 5^3$      $\text{mcm}: 2^{21} \cdot 3^6 \cdot 5^4$

### 6.- PROBLEMAS USANDO EL MCD O EL MCM

1.- Para construirnos una cabaña hemos ido al bosque y hemos talado dos árboles: uno mide 9 m y el otro 12 m. Queremos cortarlos para obtener unas columnas para la cabaña, pero queremos que todas las columnas que saquemos de estos árboles midan lo mismo para que el techo no esté inclinado. También queremos que sean lo más altas posibles para tener espacio suficiente.

a) ¿Cuánto tendrá que medir cada columna?    b) ¿Cuántas columnas sacaremos de estos árboles?

Solución: a)  $\text{mcd}(9,12) = 3$  m    b)  $(9 + 12) : 3 = 7$  columnas

2.- Te vas de excursión con tus amigos y te han encargado que hagas los bocadillos. En la panadería sólo quedaban tres barras: una de 36 cm, otra de 54 cm y otra de 90 cm. Si quieres que todos los bocadillos sean iguales y que, además, sean lo más grandes posibles,

a) ¿cuánto tendrá que medir cada bocadillo?    b) ¿Cuántos bocadillos haremos?

Solución: a)  $\text{mcd}(36,54,90) = 18$  cm    b)  $(36 + 54 + 90) : 18 = 10$  bocadillos

3.- Tienes una habitación rectangular cuyas paredes largas miden 450 cm cada una y las cortas miden 300 cm. Quieres que unos grafiteros amigos tuyos te la decoren, así que piensas en dividir las paredes en trozos iguales para que todos tengan el mismo espacio para dibujar. Si quieres que cada grafiti tenga el máximo espacio posible,

a) ¿cada cuántos centímetros tendrás que dividir las paredes?    b) ¿Cuántos grafitis cabrán?

Solución: a)  $\text{mcd}(450,300) = 150$  cm    b)  $(450 + 300) : 150 = 5$  grafitis

4.- El dragón que tengo en el corral pone un huevo cada 12 días, y mi unicornio cocina unas patatas fritas para chuparse los dedos cada 8 días. Si el 1 de enero disfruté de un huevo con patatas, ¿cuándo podré volver a probar ese manjar?

Solución:  $mcm(12,8) = 24$  días      Respuesta: el 25 de enero

5.- En una tienda de mascotas venden una peluca para ranas cada 5 minutos, un bañador para patos cada 6 minutos y una depiladora de gorilas cada 10 minutos. Si acaban de vender uno de cada, ¿cuánto tiempo pasará hasta que vendan otra vez los tres productos juntos?

Solución:  $mcm(5,6,10) = 30$  minutos

6.- Con el dinero que ganaste en el concurso de matemáticas, te has comprado una mansión. En el camino de entrada has puesto un farol cada 2 m, una fuente de Coca Cola cada 21 m, y un señor calvo con traje que te dice lo guay que eres cada 7 m. Si empiezas a contar la distancia desde la puerta de la mansión, ¿cuánto tendrás que caminar para volver a encontrarte un calvo trajeado que beba Coca Cola al lado de un farol?

Solución:  $mcm(2,21,7) = 42$  m

### Actividades del libro.

50 (pág. 16), 53, 55, 56 (pág. 17), 67 (pág. 19), 119, 121, 122 (pág. 24) y 123 (pág. 25)

50. En una frutería quieren colocar 48 aguacates y 60 caquis en bandejas iguales, sin mezclar las frutas y sin que sobre ninguna. ¿Cuál es el mayor tamaño que pueden tener las bandejas?



Solución:  $mcd(48,60) = 12$  . Respuesta: tamaño para 12 frutas

53. Tres músicos locos tocan sus instrumentos de una forma muy curiosa.

- El primero toca una tecla del piano cada 4 segundos.
- El segundo toca los platillos cada 6 segundos.
- El tercero toca el silbato cada 15 segundos.



Si tocan la primera nota a la vez, ¿cuánto tardarán en volver a coincidir los tres?

Solución:  $mcm(4,6,15) = 60$  . Respuesta: 60 segundos = 1 minuto

55. Un póster gigante mide 240 cm de largo y 180 cm de alto. Para transportarlo mejor se decide cortarlo en cuadrados, que deben ser del mayor tamaño posible. Calcula la longitud que debe tener el lado de cada cuadrado.

Solución:  $\text{mcd}(240,180) = 12 \text{ cm}$

56. Varios amigos preparan un mosaico cuadrado, uniendo piezas de 10 cm de largo y de 12 cm de alto. No quieren romper ninguna pieza, y los colocan siempre en la misma posición, con el lado mayor en la base.

- ¿Cuáles serán sus dimensiones mínimas?
- ¿Cuántas piezas tendrá la base? ¿Y la altura?
- ¿Cuántas piezas habrá en total?

Solución: a)  $\text{mcm}(10,12) = 60 \text{ cm}$     b)  $60 : 10 = 6 \text{ piezas}$     y  $60 : 12 = 5 \text{ piezas}$     c)  $6 \cdot 5 = 30 \text{ piezas}$

67. Un coche tarda 70 segundos en dar una vuelta completa a un circuito, y otro, 80 segundos en realizar el mismo trayecto.

- Si salen a la vez, ¿cuánto tardarán en volver a coincidir?
- ¿Cuándo coincidirán por segunda vez?

Solución: a)  $\text{mcm}(70,80) = 560 \text{ seg} = 9 \text{ min } 20 \text{ seg}$     b) A los 1120 segundos = 18 min 40 seg

119. Una empresa elabora aceites de tres calidades distintas. Del primer aceite se elaboran 4800 L, del segundo, 1350 L, y del tercero, 2646 L.

Si se quiere envasar el aceite en contenedores del mismo tamaño, sin mezclar los de distinto tipo, ¿cuál será el mayor tamaño que puede tener el contenedor?



Solución:  $\text{mcd}(4800,1350,2646) = 6 \text{ L}$

121. En un instituto hay 64 alumnos y 80 alumnas entre todos los grupos de 1.º ESO. Se quiere organizar a esos alumnos en varios grupos, de forma que en cada grupo haya el mismo número de chicos y el mismo número de chicas sin que sobre ningún alumno.

- a) ¿Qué tamaño puede tener como mínimo cada grupo?  
b) ¿Cuántos grupos de ese tamaño se pueden hacer?

Solución: a)  $\text{mcd}(64,80) = 16$  alumnos

b)  $(64 + 80) : 16 = 9$  grupos

122. Tres atletas entrenan todas las semanas en la misma pista. Carmen tarda 60 segundos en dar una vuelta completa, Javier, 75 segundos en completar la vuelta, y Rosa, 85 segundos.

- a) Si salen los tres a la vez, ¿cada cuánto tiempo coincidirán todos?  
b) ¿Cuántas vueltas a la pista habrá dado cada uno de ellos?

Solución

a)  $\text{mcm}(60,75,85) = 5100 \text{ seg} = 85 \text{ min} = 1 \text{ h } 25 \text{ min}$

b) Carmen:  $5100:60 = 85$  vueltas    Javier:  $5100:75 = 68$  vueltas    Rosa:  $5100:85 = 60$  vueltas

123. Una parcela mide 180 m de largo por 160 m de ancho.

El agricultor decide dividirla en parcelas iguales, de forma cuadrada y del máximo tamaño posible.



- a) ¿Cuánto medirán los lados de cada parcela pequeña?  
b) ¿Cuántas parcelas pequeñas quedarán?

Solución

a)  $\text{mcd}(180, 160) = 20 \text{ m}$

b) De largo:  $180:20 = 9$  parcelas    De ancho:  $160:20 = 8$  parcelas.    En total:  $9 \cdot 8 = 72$  parcelas