

Unidad 15 Combinatoria

1. ¿Cuántas palabras de ocho letras (tengan o no sentido) se pueden formar con las letras de la palabra CARACOLA? Resuelve este problema respondiendo a las siguientes preguntas.

¿Influye el orden en el que aparecen los elementos?

¿Intervienen todos los elementos?

Por tanto, esta configuración es una

Pero... ¿cuántas letras distintas tenemos?

¿Y cuántas de cada tipo?

Es decir, es una configuración de cinco elementos distintos (C, A, R, O y L) en la que influye el orden de aparición de los mismos, intervienen todas las letras y... ¡se pueden repetir! (dos veces la letra C y tres veces la letra A).

Este tipo de configuración se llama **permutación con repetición de ocho elementos** (las ocho letras) del tipo 2, 3, 1, 1, 1 (hay dos letras tipo C, tres tipo A, una tipo R, una tipo O y una tipo L). Observa: $2 + 3 + 1 + 1 + 1 = 8$. Su fórmula es:

$$PR_{8}^{2,3,1,1,1} = \frac{8!}{2! \cdot 3! \cdot 1! \cdot 1! \cdot 1!}$$

Responde a las siguientes cuestiones.

- Resuelve la operación anterior y halla el número de palabras (tengan o no sentido) que se pueden formar con las letras de la palabra CARACOLA.
 - Generaliza la fórmula a una permutación con repetición de m objetos de los cuales hay m_1 objetos iguales entre sí, m_2 iguales entre sí... y m_k iguales entre sí. ¿Cuánto debe sumar $m_1 + m_2 + \dots + m_k$?
 - ¿Cuántos números distintos se pueden formar utilizando cuatro setes y cinco ochos? Si los ordenáramos todos en orden creciente, ¿qué lugar ocuparía el número 778877788?
2. Seis amigos van a cenar a un restaurante y les colocan en una mesa circular. ¿De cuántas formas se pueden sentar si María y Jorge se quieren sentar juntos?
3. Sin operar, simplifica la expresión $\frac{5! + 6!}{5! \cdot 14}$.
4. ¿Cuántos números de 4 cifras no repetidas se pueden formar con los dígitos 0, 1, 2, 5, 6, 7 y 8? ¿Y cuántos de ellos son múltiplos de 5?
5. Escribe directamente el término en el que 2 aparece elevado a 12 en el desarrollo de $(a + 2)^{14}$.
6. ¿Cuántos productos distintos de 4 factores se pueden formar con las cifras impares?
7. En el triángulo de Pascal, ¿cuánto suman los elementos de la segunda fila? ¿Y los de la tercera? ¿Y los de la cuarta? ¿Se te ocurre alguna fórmula para determinar el valor de una fila cualquiera?
8. Aplicando las propiedades de los números combinatorios, calcula $\binom{6}{3} + \binom{6}{4} + \binom{7}{5}$.