Unidad 5 Polinomios

1. **A ambos márgenes de un río, de tres metros de anchura, existen dos árboles de alturas 2 y 5 metros, respectivamente. Escribe, mediante una expresión algebraica, la distancia que debe recorrer un pájaro para ir de la copa de un árbol a la del otro pasando por el río para beber agua.**

2. **En las siguientes expresiones algebraicas, sustituye los datos y calcula los valores numéricos de las variables desconocidas:**

Expresión	Variable 1	Variable 2	Variable 3	Variable 4	Variable 5
$E=\frac{1}{2}mv^2$	E =	m = 5 kg	v = 10 m/s		
	E = 225 julios	m =	v = 30 m/s		
	E = 500 julios	m = 0,5 kg	v =		
$s=s_0+v_0t+\frac{1}{2}at^2$	s =	s_0 = 1 m	v_0 = 3 m/s	a = 10 m/s^2	t = 10 s
	s = 100 m	s_0 = 0 m	v_0 = 5 m/s	a = 2 m/s^2	t =
	s = 500 m	s_0 = 100 m	v_0 = 20 m/s	a =	t = 30 s
	s = 1000 m	s_0 = 200 m	v_0 =	a = 2 m/s^2	t = 20 s

$E=\frac{1}{2}mv^2$; E es la energía cinética que lleva un cuerpo de masa m debido a tener una velocidad v.

$s=s_0+v_0t+\frac{1}{2}at^2$; s es el espacio recorrido por un móvil con movimiento rectilíneo uniformemente acelerado al cabo de un tiempo t, con posición inicial s_0, velocidad inicial v_0 y aceleración a.

3. **De un polinomio de segundo grado sabemos que tiene por término independiente 21, toma el valor –15 cuando x vale –2 y tiene por raíz el número –1. Halla la expresión de este polinomio.**

4. **Escribe los siguientes polinomios como producto de factores más sencillos.**

   a) $ac + ad + bc + bd$ **b)** $2a^2 - 4ac + 3ab - 6bc$ **c)** $2x^4 + 2x^2y^2 - x^2z - y^2z$

5. **a)** Escribe los siguientes trinomios en la forma $a(x + b)^2 + c$.

   $x^2 + 2x + 7$ $2x^2 - 4x + 7$ $3x^2 - 5x + 1$

   b) Completa los siguientes polinomios sabiendo que son cubos perfectos.

   $x^3 + \ldots - 9x^2 - \ldots$ $\ldots + 12x^2 + \ldots + 1$

6. **a)** Desarrolla las siguientes potencias y encuentra una regla general para el cuadrado de un trinomio $(a + b + c)^2$.

   $(x + y + 1)^2$ $(x - y + 1)^2$ $(x - 2y + 3)^2$

   b) Calcula los primeros casos de la potencia $(x + 1)^n$, n = 0, 1, 2, 3, 4 y 5.

   Ordena los polinomios que obtengas y coloca los coeficientes de los mismos formando un triángulo:

   para n = 0 tendrás un número que será el vértice superior del triángulo, para n = 1 tendrás dos coeficientes que colocarás inmediatamente debajo del vértice anterior (uno a la izquierda y otro a la derecha), y así sucesivamente. ¿Observas alguna regularidad en el triángulo? Si es así, intenta construir el siguiente caso (n = 6) sin necesidad de hacer las multiplicaciones con los polinomios.

7. **Intenta encontrar una fórmula que dé el número de diagonales de un polígono regular en función del número de lados n de dicho polígono. Puedes empezar estudiando los casos más sencillos (n = 3, 4, 5…) e intentar generalizar a partir de aquí.**

8. **Determina el polinomio $P(x)$ que verifica a la vez las siguientes condiciones.**

a) Es divisible por $(x - 2)^2$ y el cociente que se obtiene es de la forma $(ax + b)$.

b) Los restos, al dividirlo por $(x + 1)$ y por x, son 18 y 4, respectivamente.

9. **Estudia en qué casos el polinomio $x^n \pm a^n$ es divisible por $x \pm a$.**

10. **Observa el ejemplo resuelto y calcula el m.c.d. y el m.c.m. de los siguientes conjuntos de polinomios (no es necesario que los desarrolles).**

$$P(x) = (x + 1)^2(x - 2)(x - 3),\ Q(x) = (x + 1)(x - 2),\ R(x) = x(x + 1)$$

Los tres polinomios están factorizados: $P(x) = (x + 1)^2(x - 2)(x - 3)$ $\quad Q(x) = (x + 1)(x - 2)$ $\quad R(x) = x(x + 1)$

Observamos que hay factores comunes entre los tres. Pues bien, al igual que ocurre con un conjunto de números enteros, también se pueden definir el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo para un conjunto de polinomios.

*El **máximo común divisor** (m.c.d.) de un conjunto de polinomios es un polinomio que **tiene como factores** los **factores comunes a todos los polinomios** del conjunto con la **mínima multiplicidad** con la que aparecen (es decir, **elevados al mínimo exponente** con el que aparecen). Si no hubiera factores comunes, el m.c.d. sería un número real arbitrario,* k. *En el ejemplo, el m.c.d.*$(x) = (x + 1)$.

*El **mínimo común múltiplo** (m.c.m.) de un conjunto de polinomios es un polinomio que **tiene como factores** los **factores comunes y los no comunes** de todos los polinomios del conjunto con la **máxima multiplicidad** con la que aparecen (esto es, **elevados al mayor exponente** con el que aparecen). En el ejemplo, el m.c.m.*$(x) = x(x + 1)^2(x - 2)(x - 3)$.

a) $P(x) = x^3(x - 3)$, $Q(x) = x^2(x - 3)(x + 3)$, $R(x) = x(x - 3)(x + 1)$

b) $P(x) = x^3 - 4x$, $Q(x) = x + 2$, $R(x) = x^2 - x - 6$ (en este caso debes factorizar primero todos los polinomios).

c) $P(x) = (x + 5)(x^2 + 1)$, $Q(x) = x^2(x + 5)$, $R(x) = x$