Unidad 5 Expresiones algebraicas

1. Vamos a buscar una fórmula para encontrar el cuadrado de un trinomio: desarrolla la expresión $(a+b+c)^2$, encontrando una fórmula general para este tipo de expresiones. Aplica dicha fórmula para calcular los siguientes cuadrados.

a) $(x^2+3x+4)^2$ **b)** $(x^3+2x+1)^2$

2. Desarrolla la expresión $(a+b+c+d)^2$, encontrando una fórmula general para este tipo de expresiones. Aplica dicha fórmula para calcular los siguientes cuadrados.

a) $(x^2+3x+y+4)^2$ **b)** $(xy+2y+3x+1)^2$

3. En 1856 se editó en Francia un libro muy curioso: *Tabla de los cuadrados de los números 1 al 1000 millones, con ayuda de la cual se halla el producto exacto de números… Compuesta por Alejandro Cossar*. Desde nuestro punto de vista resulta bastante ridícula semejante publicación, ¿verdad? Sin embargo, no se trata de una original forma de pasatiempos, pues la utilidad de este tipo de tablas consistía en que permitían transformar productos en sumas y realizar productos de valores grandes más ágilmente. Evidentemente, en aquella época no había calculadoras. El mecanismo consistía en utilizar igualdades como esta: $ab=\dfrac{(a+b)^2-(a+b)^2}{4}$.

a) ¿Sabrías demostrar esta igualdad?

b) Utiliza la igualdad para calcular 2479 · 1457 empleando los datos:

$(2479 + 1457)^2 = 15\,492\,096$ y $(2479 - 1457)^2 = 1\,044\,484$

Realiza la misma operación directamente. ¿Cómo te ha resultado más corto?

4. Se considera la expresión algebraica $a^2 + b^2 + (ab)^2$.

a) Calcula el valor numérico de esta expresión para $a = 0$, $b = 1$.

b) Calcula el valor numérico de esta expresión para $a = 7$, $b = 8$.

c) Calcula el valor numérico de esta expresión para $a = 5$, $b = 6$.

d) Demuestra que la expresión dada resulta siempre un cuadrado perfecto si a y b son dos valores consecutivos. (Indicación: intenta expresarla como el cuadrado de un trinomio).

5. El binomio de Newton es una fórmula general que nos permite desarrollar potencias de cualquier exponente de un binomio. Empecemos tanteando los casos más sencillos.

a) Ya conoces la fórmula del cuadrado de una suma: $(x+y)^2=x^2+y^2+2xy$. ¿Podrías encontrar una fórmula para desarrollar el cubo de una suma, $(x+y)^3$?

b) ¿Podrías encontrar a qué es igual $(x+y)^4$?

c) La fórmula del binomio de Newton es la siguiente:

$(x+y)^n=\binom{n}{0}x^0y^n+\binom{n}{1}x^1y^{n-1}+\binom{n}{2}x^2y^{n-2}+\ldots+\binom{n}{n-1}x^{n-1}y^1+\binom{n}{n}x^ny^0$, donde los coeficientes $\binom{n}{k}$ se calculan con la fórmula $\binom{n}{k}=\dfrac{n(n-1)(n-2)\cdot\ldots\cdot3\cdot2\cdot1}{((n-k)(n-k-1)(n-k-2)\cdot\ldots\cdot3\cdot2\cdot1)\cdot(k(k-1)(k-2)\cdot\ldots\cdot3\cdot2\cdot1)}$.

Aplica la fórmula del binomio de Newton para calcular $(x+1)^5$, $(x+1)^6$.