SEMEJANZA

2º E.S.O.

MEDIDAS DIRECTAS Y ESTIMACIÓN DE MEDIDAS

Una medida es **directa** cuando se utiliza algún instrumento de medición para obtenerla

Existen diferentes instrumentos que permiten obtener medidas de diversas magnitudes como distancias, tiempos, ángulos…

MEDIDAS DIRECTAS Y ESTIMACIÓN DE MEDIDAS

Estimar una medida es hallar un valor aproximado de la misma sin utilizar el instrumento de medición más adecuado. Las **estimaciones** se realizan cuando no se cuenta con los instrumentos de medición necesarios para hacer la medida directa.

Ejemplo: Fer y Ana están situados en los dos extremos de un parque y quieren medir el tiempo que tarda su perra en correr de uno al otro. Como no tienen reloj realizan lo siguiente:
Ana sabe que tiene 70 pulsaciones en reposo. Cuenta las pulsaciones durante la carrera y le salen 35 pulsaciones. Realizan el siguiente cálculo:

$\frac{35}{70} = 0'5$ minutos. Por tanto, **tarda 30 segundos**.

ERROR ABSOLUTO.

Se denomina **error absoluto** de una medida a la diferencia, en valor absoluto, entre el verdadero valor y el valor medido.

$$E = |V - M|$$

Ejemplo: En el ejemplo anterior, Pablo tenía un cronómetro y ha medido el tiempo que ha tardado la perra en recorrer el parque. Ha sido de 32 segundos. Por tanto el error absoluto cometido es de:

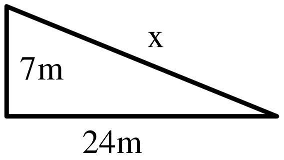
$$E = |V - M| = |32 - 30| = |2| = 2\,\text{segundos}$$

TEOREMA DE PITÁGORAS

En un triángulo rectángulo en el que llamamos **a** a la hipotenusa(lado mayor) y **b** y **c** a los dos catetos se cumple que:

$$a^2 = b^2 + c^2$$

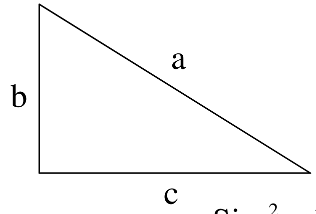
Ejemplo: Calcula el lado desconocido de este triángulo rectángulo.

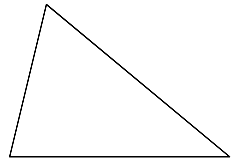


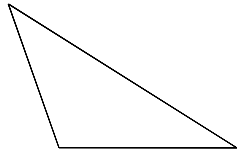
$$x^2 = 7^2 + 24^2 = 49 + 576 = 625$$

$$x = \sqrt{625} \rightarrow x = 25$$

TEOREMA DE PITÁGORAS







Si $a^2 < b^2 + c^2$ El triángulo es acutángulo.

Si $a^2 > b^2 + c^2$ El triángulo es obtusángulo.

Ejemplo: Clasifica un triángulo cuyos lados miden a =14, b =12 y c = 5.

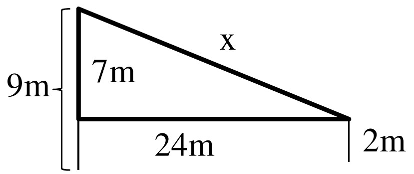
$$\left.\begin{cases} a^2 = 14^2 = 196 \\ b^2 + c^2 = 12^2 + 5^2 = 144 + 25 = 169 \end{cases}\right\} \rightarrow 196 > 169 \rightarrow \text{obtusángulo}$$

TEOREMA DE PITÁGORAS

Cálculo de la hipotenusa conociendo los dos catetos.

$$a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow a = \sqrt{b^2 + c^2}$$

Queremos hacer una tirolina entre dos árboles separados 24 m. El cable estará atado a 9 m de altura en un árbol y a 2m de altura en el otro. ¿Cuál es la longitud del cable de tensión?



$$x^2 = 7^2 + 24^2 = 49 + 576 = 625$$

$$x = \sqrt{625} = 25$$

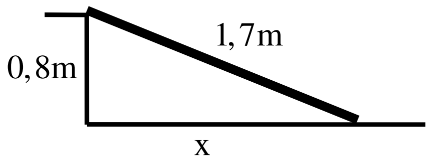
La longitud del cable tenso es de 25 metros.

TEOREMA DE PITÁGORAS

Cálculo de un cateto conociendo el otro y la hipotenusa.

$$a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow b^2 = a^2 - c^2 \rightarrow b = \sqrt{a^2 - c^2}$$

Queremos salvar un escalón de 0,8 m de altura para pasar con la carretilla. Disponemos de un tablón de 1,7 m. ¿Hasta qué distancia nos iría el escalón?



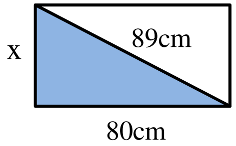
$$x^2 = 1,7^2 - 0,8^2 = 2,89 - 0,64 = 2,25$$

$$x = \sqrt{2,25} = 1,5$$

El pie del escalón estará situado a 1,5 metros del escalón.

APLICACIONES DEL TEOREMA DE PITÁGORAS

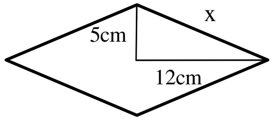
1) La diagonal de un rectángulo mide 89cm, y uno de los lados 80cm. Calcular su área.



$$x = \sqrt{89^2 - 80^2} = \sqrt{1521} = 39$$

El lado corto mide 39 cm. $\text{Área} = 80 \cdot 39 = 3120 \text{ cm}^2$

2) Las diagonales de un rombo miden 10cm y 24cm. Hallar su perímetro.

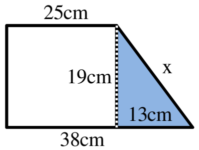


$$x = \sqrt{12^2 + 5^2} = \sqrt{169} = 13$$

Cada lado mide 13 cm. $\text{Perímetro} = 4 \cdot 13 = 52\text{cm}$

APLICACIONES DEL TEOREMA DE PITÁGORAS

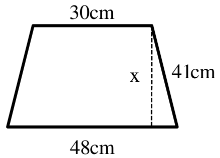
3) Las bases de un trapecio rectángulo miden 25cm y 38cm, y la altura, 19cm. Hallar su perímetro.



$x = \sqrt{13^2 + 19^2} = \sqrt{530} = 23,02$ El lado oblicuo mide 23cm.

$$\text{Perímetro} = 19 + 25 + 23 + 38 = 105\text{cm}$$

4) Hallar el área de un trapecio isósceles cuyas bases miden 30cm y 48cm, y el lado oblicuo mide 41cm.



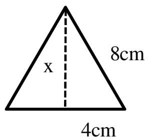
$$\text{Área} = \frac{(\text{Base mayor} + \text{base menor}) \cdot \text{altura}}{2}$$

$x = \sqrt{41^2 - 9^2} = \sqrt{1600} = 40$ La altura mide 40cm.

$$\text{Área} = \frac{(30 + 48) \cdot 40}{2} = 1560\text{cm}^2$$

APLICACIONES DEL TEOREMA DE PITÁGORAS

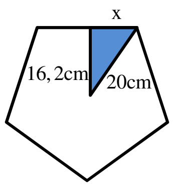
5) Calcular el área de un triángulo equilátero de lado 8 cm.



$x = \sqrt{8^2 - 4^2} = \sqrt{48} = 6,9$ La altura mide 6,9cm.

$$\text{Área} = \frac{8 \cdot 6,9}{2} = 27,6 \text{ cm}^2$$

6) Hallar el área y el perímetro de un pentágono regular cuya apotema mide 16,2cm, y el radio, 20cm.



$$x = \sqrt{20^2 - 16,2^2} = \sqrt{137,56} = 11,7$$

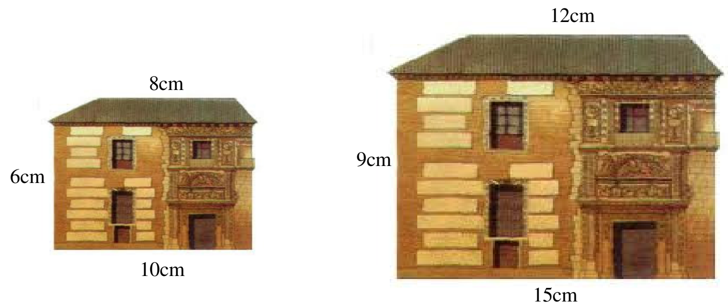
El lado del pentágono mide 11,7 · 2 = 23,4

El perímetro mide 23,4 · 5 = 117cm

$$\text{Área} = \frac{\text{perímetro} \cdot \text{apotema}}{2} = \frac{117 \cdot 16,2}{2} = 947,7\text{cm}^2$$

FIGURAS SEMEJANTES

Dos figuras son **semejantes** cuando sólo difieren en tamaño. Los segmentos correspondientes son proporcionales. Cada longitud de una de ellas se obtiene multiplicando la longitud correspondiente en la otra por un número fijo llamado **razón de semejanza**.



$\frac{9}{6} = 1,5$ $\frac{15}{10} = 1,5$ $\frac{12}{8} = 1,5$ $\text{razón de semejanza} = 1,5$

FIGURAS SEMEJANTES

En las cercanías de la Torre Eiffel hay puestos en los que venden reproducciones suyas. Hay dos que miden 30cm y 12cm de altura.

a) ¿Son semejantes?¿Cuál es la razón de semejanza?
b) El lado de la base de la mayor es 10cm. ¿Cuál es la base de la menor?
c) Si el lado de la base de la auténtica es 108m, ¿cuál es su altura?

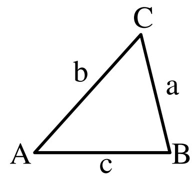
a) Son semejantes porque tienen la misma forma. La razón de semejanza es: $\frac{30}{12} = 2,5$

b) $\frac{10}{30} = \frac{x}{12} \rightarrow x = \frac{12 \cdot 10}{30} = 4\text{cm}$

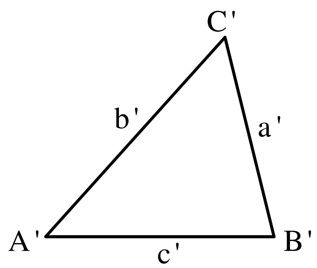
c) $\frac{30}{10} = \frac{\text{altura}}{108} \rightarrow \text{altura} = \frac{30 \cdot 108}{10} = 324\text{m}$

SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS

Dos triángulos ABC y A'B'C' son semejantes si:

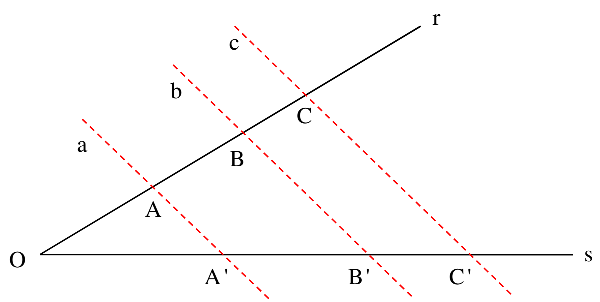


$\hat{A} = \hat{A}'$ $\qquad$ $\hat{B} = \hat{B}'$ $\qquad$ $\hat{C} = \hat{C}'$



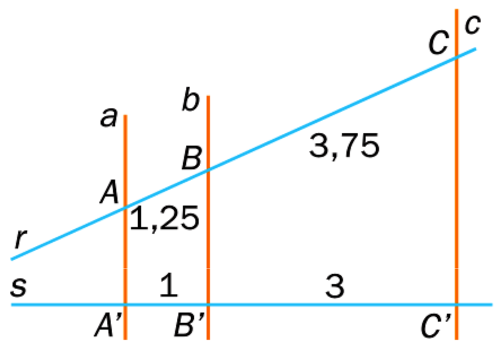
$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$$

TEOREMA DE TALES



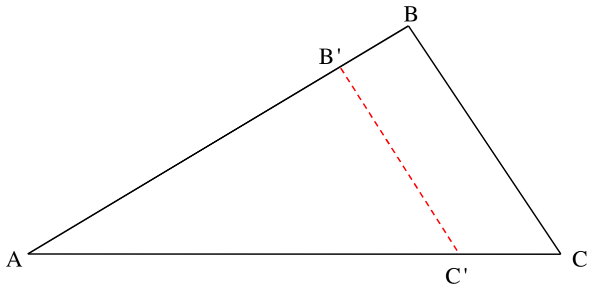
$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}}$$

TEOREMA DE TALES



$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}} \rightarrow \frac{1'25}{1} = \frac{3'75}{3} = \frac{5}{4} = 1'25$$

TRIÁNGULOS EN POSICIÓN DE TALES



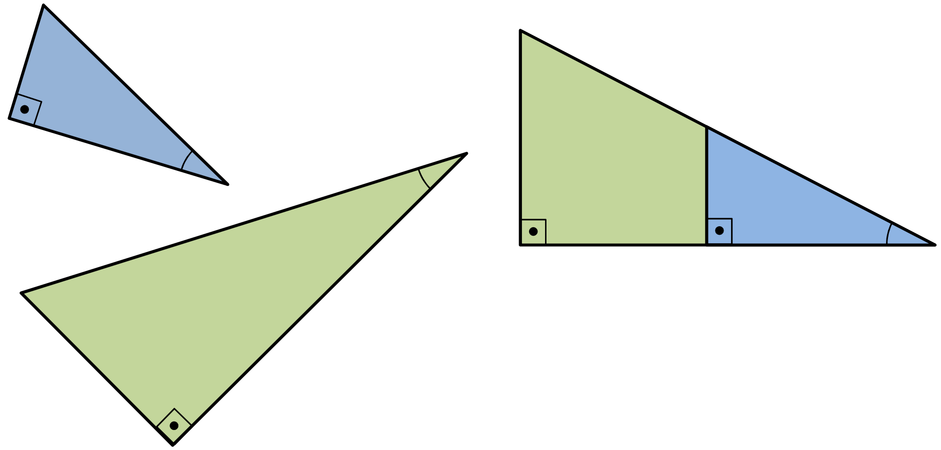
$$\widehat{A} = \widehat{A}' \qquad \widehat{B} = \widehat{B}' \qquad \widehat{C} = \widehat{C}'$$

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AB'}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{AC'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}}$$

Dos triángulos que están en posición de Tales son semejantes.

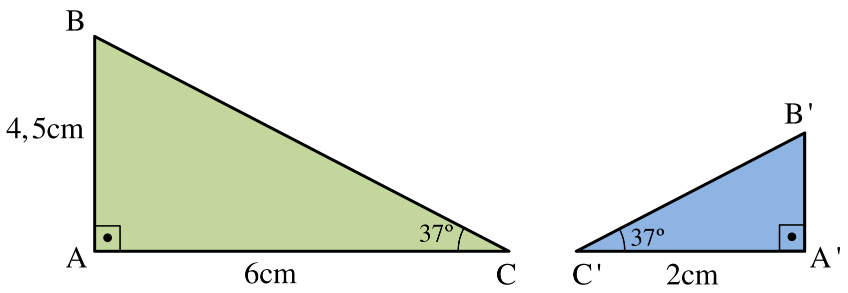
SEMEJANZA ENTRE TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS

Dos triángulos rectángulos que tengan un ángulo agudo igual son semejantes.



SEMEJANZA ENTRE TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS

Ejemplo:

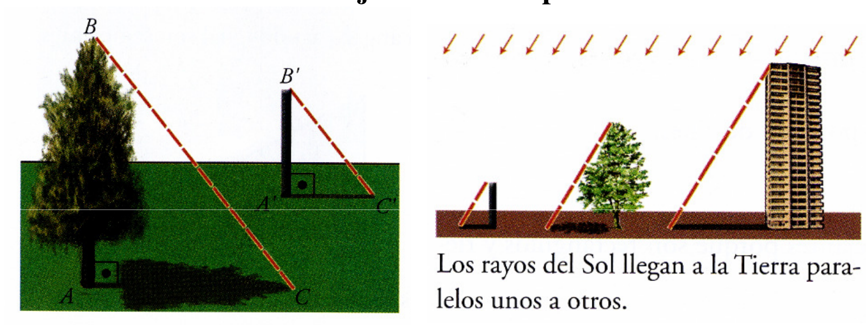


Los dos triángulos son semejantes por ser rectángulos y tener un ángulo igual.

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}} \rightarrow \frac{4,5}{\overline{A'B'}} = \frac{6}{2} \rightarrow \overline{A'B'} = \frac{4,5 \cdot 2}{6} = \frac{9}{6} = 1,5\text{cm}$$

APLICACIÓN DE LA SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS

Cálculo de la altura de un objeto vertical a partir de su sombra

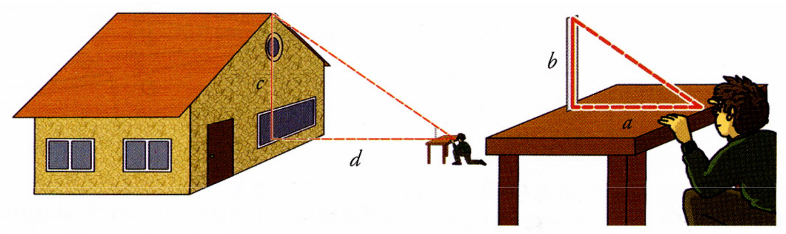


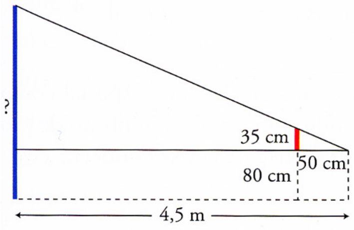
Si la longitud de la estaca es 1,6m, la sombra de la estaca es 0,7m y la sombra del árbol es 3,5m, hallar la altura del árbol.

$$\frac{\overline{AB}}{1,6} = \frac{3,5}{0,7} \rightarrow \overline{AB} = \frac{1,6 \cdot 3,5}{0,7} = 8 \rightarrow \text{El árbol mide 8 metros.}$$

APLICACIÓN DE LA SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS

Cálculo de la altura de un objeto sin recurrir a su sombra



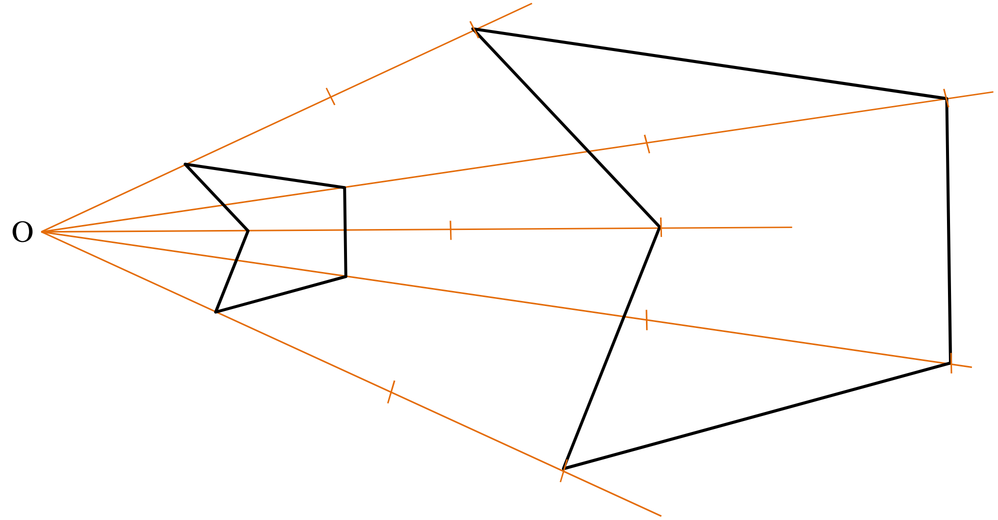


$$\frac{c}{d}=\frac{b}{a}\rightarrow\frac{c}{4,5}=\frac{0,35}{0,5}\rightarrow c=\frac{4,5\cdot 0,35}{0,5}=3,15$$

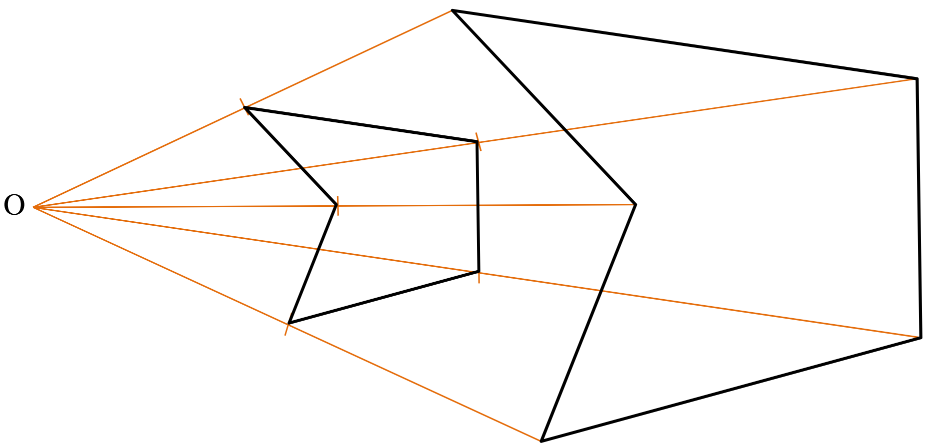
$$3,15+0,8=3,95$$

La altura de la casa es de 3,95 metros.

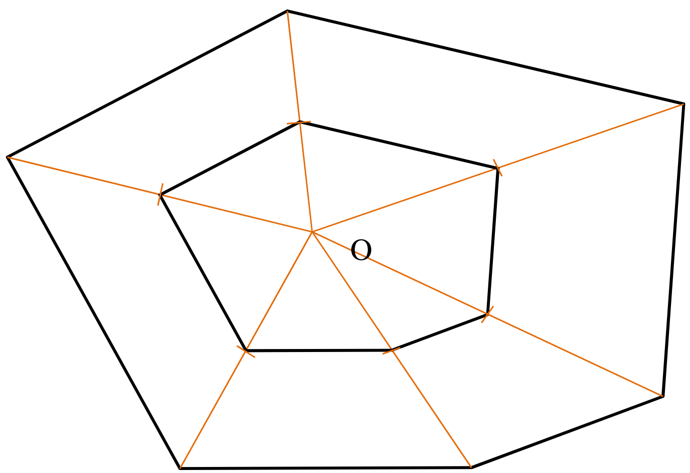
CONSTRUCCIÓN DE FIGURAS SEMEJANTES



CONSTRUCCIÓN DE FIGURAS SEMEJANTES



CONSTRUCCIÓN DE FIGURAS SEMEJANTES



PLANOS, MAPAS Y MAQUETAS

En los planos, mapas y maquetas la razón de semejanza se llama **escala**.
La escala de un plano, mapa o maqueta es la división entre la representación y la realidad.

$$\text{Escala} = \frac{\text{Distancia en la representación}}{\text{Distancia en la realidad}}$$

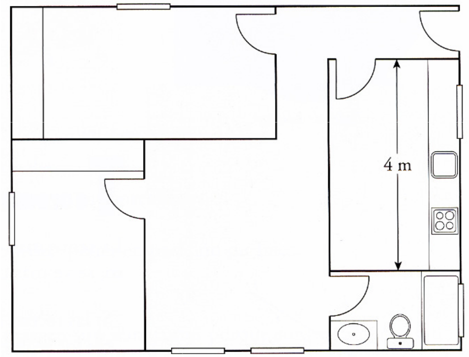
Ejemplo: En el mapa de una zona montañosa se indica que la escala es de 1:50000. Calcula la distancia real de dos puntos que en el mapa están separados 3'5 cm.

1 cm del mapa equivale a 50000 cm reales = 500 m reales. Por tanto la distancia real es 3'5 · 500 = 1750 metros.

PLANOS, MAPAS Y MAQUETAS

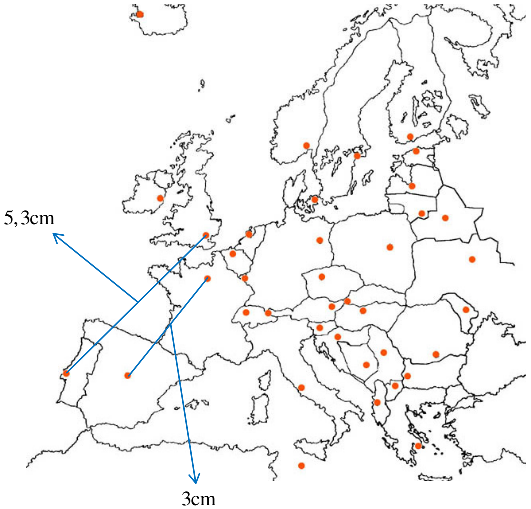
Hallar la escala midiendo en el plano.

Se mide en el plano y se obtiene 4cm.



$$\left.\begin{array}{l} 4\text{cm} \rightarrow 4\text{m} = 400\text{cm} \\ 1\text{cm} \rightarrow 100\text{cm} \end{array}\right\} \rightarrow \text{Escala } 1:100$$

PLANOS, MAPAS Y MAQUETAS



Escala 1 : 45.000.000

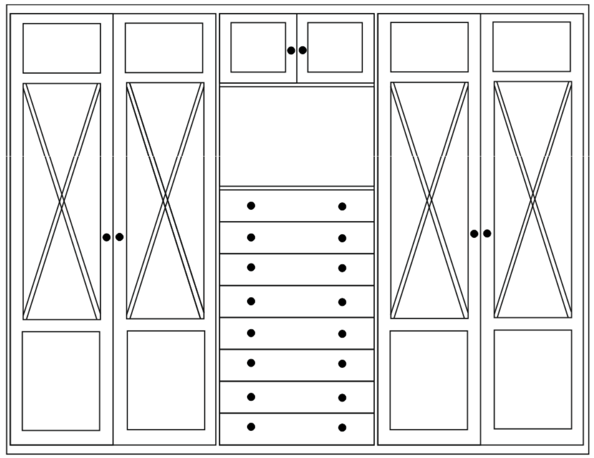
$$1\text{cm} \rightarrow 45.000.000\text{cm} = 450\text{km}$$

$$3\text{cm} \rightarrow 3 \cdot 450\text{km} = 1350\text{km}$$

$$5,3\text{cm} \rightarrow 5,3 \cdot 450\text{km} = 2385\text{km}$$

PLANOS, MAPAS Y MAQUETAS

Hallar la escala y la altura sabiendo que el armario mide 3,2 metros de ancho.



Mide : 20cm de ancho

$$\frac{20\text{cm}}{320\text{cm}} = \frac{1\text{cm}}{x} \rightarrow x = \frac{320 \cdot 1}{20} = 16$$

$$\text{Escala} \rightarrow 1:16$$

Mide : 15cm de alto

$$\text{Mide} : 15 \cdot 16 = 240\text{cm} = 2,4\text{m}$$