

13 Cálculo de primitivas

Propuesta A

- De todas las funciones primitivas de $f(x) = 15x^2 - 2$, escribe la expresión algebraica de la que pasa por el punto $P(-2, -23)$.
- La función $f(x)$ tiene un máximo relativo en el punto $M(-3, 17)$ y su derivada segunda es $f''(x) = 6x + 6$. Determina de qué función se trata y halla las coordenadas del punto de inflexión y del mínimo relativo de la misma. ¿En qué punto corta la gráfica de la función al eje de ordenadas?
- En un determinado movimiento se sabe que la aceleración es constante $a = -10 \text{ ms}^{-2}$ y que a los 2 s el móvil se encuentra en una posición $s(2) = 25 \text{ m}$ y lleva una velocidad de 15 m/s. Determina:
 - La expresión de la velocidad en cualquier instante.
 - La velocidad inicial.
 - La expresión de la posición en cualquier instante.
 - La posición inicial.
 - La posición y la velocidad a los 4 segundos.
- Calcula las siguientes integrales:

a) $\int \frac{6}{x+1} dx$	c) $\int \frac{\cos x}{3 + \sin x} dx$	e) $\int \frac{1}{x \ln x} dx$
b) $\int \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} + 1 + x + x^2 \right) dx$	d) $\int x \cdot e^{x^2+2} dx$	f) $\int \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} dx$
- Resuelve aplicando el método de integración por partes las integrales:

a) $\int \cos^2 x dx$	b) $\int (\ln x)^3 dx$	c) $\int \frac{x}{\sin^2 x} dx$
-----------------------	------------------------	---------------------------------
- Resuelve por descomposición en fracciones simples las integrales de las funciones racionales:

a) $\int \frac{4}{x^2 - 4} dx$	b) $\int \frac{2x-1}{x+2} dx$	c) $\int \frac{2x+2}{(x-1)^2} dx$
--------------------------------	-------------------------------	-----------------------------------
- Calcula las integrales de las funciones racionales:

a) $\int \frac{x-1}{x^2+4x+3} dx$	b) $\int \frac{x-1}{x^2+4x+4} dx$	c) $\int \frac{x-1}{x^2+4x+5} dx$
-----------------------------------	-----------------------------------	-----------------------------------
- Calcula las integrales de las funciones racionales con raíces complejas en el denominador:

a) $\int \frac{2x^3}{1+x^2} dx$	b) $\int \frac{1}{x^2-2x+5} dx$	c) $\int \frac{3x^2+4x-1}{x^3-x^2+x-1} dx$
---------------------------------	---------------------------------	--
- Calcula las integrales de las funciones trigonométricas:

a) $\int \text{tg}^2 x dx$	b) $\int \frac{1+\sin x}{1-\sin x} dx$	c) $\int \frac{\cos x}{\sin^2 x} dx$
----------------------------	--	--------------------------------------
- Calcula las integrales:

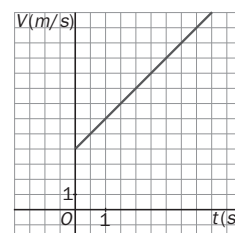
a) $\int \frac{1}{1+\cos x} dx$	b) $\int \sin^2 x \cdot \cos^2 x dx$	c) $\int \frac{1}{1+e^x} dx$
---------------------------------	--------------------------------------	------------------------------

Propuesta B

1. Escribe la expresión algebraica de la función $F(x)$ sabiendo que $f(x) = F'(x) = \sin x + \cos x$ y que pasa por el punto $Q\left(\frac{\pi}{2}, -2\right)$.

2. La derivada de una función $f(x)$ es $f'(x) = 6x^2 - 4x + 5$ y se sabe que la función pasa por el punto $P(1, 0)$. Halla la función y calcula $f(0)$.

3. En un determinado movimiento rectilíneo la velocidad en función del tiempo viene dada por la gráfica de la derecha. Además se sabe que para $t = 4$ s, el móvil se encuentra en la posición $s(4) = 50$ m. Determina:



- a) La velocidad inicial.
- b) La expresión de la velocidad en cualquier instante.
- c) La expresión de la posición en cualquier instante.
- d) La posición inicial.
- e) La aceleración.

4. Calcula las siguientes integrales:

- | | | |
|-----------------------------------|---|---------------------------------|
| a) $\int (10x + \sqrt{x}) dx$ | c) $\int \frac{1}{\cos^2 x \operatorname{tg} x} dx$ | e) $\int \frac{5 \ln x}{x} dx$ |
| b) $\int (x^2 + 2\sqrt[3]{x}) dx$ | d) $\int e^x (e^x + 2)^4 dx$ | f) $\int \frac{2x+5}{x^2+1} dx$ |

5. Resuelve aplicando el método de integración por partes a las siguientes integrales:

- | | | |
|--------------------------------------|-----------------------|----------------------|
| a) $\int \operatorname{arctg} 2x dx$ | b) $\int (x+1)e^x dx$ | c) $\int \ln x^2 dx$ |
|--------------------------------------|-----------------------|----------------------|

6. Resuelve por descomposición en fracciones simples las integrales de las funciones racionales:

- | | | |
|----------------------------------|-------------------------------|----------------------------------|
| a) $\int \frac{x+5}{x^2+x-2} dx$ | b) $\int \frac{2x+1}{x+4} dx$ | c) $\int \frac{x+2}{(x+1)^2} dx$ |
|----------------------------------|-------------------------------|----------------------------------|

7. Calcula las integrales de las funciones racionales:

- | | | |
|-----------------------------------|-----------------------------------|------------------------------------|
| a) $\int \frac{x-1}{x^2-6x+8} dx$ | b) $\int \frac{x-1}{x^2-6x+9} dx$ | c) $\int \frac{x-1}{x^2-6x+10} dx$ |
|-----------------------------------|-----------------------------------|------------------------------------|

8. Calcula las integrales de las funciones racionales con raíces complejas en el denominador:

- | | | |
|---------------------------------|---------------------------------|---|
| a) $\int \frac{2x^2}{4+x^2} dx$ | b) $\int \frac{x}{x^2-2x+5} dx$ | c) $\int \frac{4x^2-x+3}{x^3-x^2+x-1} dx$ |
|---------------------------------|---------------------------------|---|

9. Calcula las integrales de las funciones trigonométricas:

- | | | |
|---------------------------------|--|--|
| a) $\int \sin 3x \cos(2x-5) dx$ | b) $\int \frac{1+\cos x}{1-\cos x} dx$ | c) $\int \frac{\cos^2 x}{\sin^5 x} dx$ |
|---------------------------------|--|--|

10. Calcula las integrales:

- | | | |
|---------------------------------|-----------------------------------|---------------------------|
| a) $\int \frac{1}{1+\sin x} dx$ | b) $\int \frac{3^x}{3^{2x}-1} dx$ | c) $\int x\sqrt{2x+1} dx$ |
|---------------------------------|-----------------------------------|---------------------------|