5 Planos y rectas en el espacio

Propuesta A

1. En cada uno de los siguientes casos calcula las coordenadas del vector libre, sabiendo que uno de sus representantes fijos tiene como origen el punto *A* y por extremo el punto *B*.

a) *A*(2, 3, −1) y *B*(4, 5, 2) b) *A*(−1, 2, 0) y *B*(4, −3, −2)

2. Calcula las coordenadas del punto medio del segmento que tiene por extremos *A*(2, 3, −2) y *B*(−4, 3, −2).

3. Escribe las ecuaciones paramétricas y la ecuación en forma continua de la recta *r* que cumple:

a) Pasa por el punto *A*(−1, 3, −2) y tiene como dirección la del vector $\vec{u}=(-3,-2,4)$.

b) Pasa por los puntos *A*(−1, 2, 4) y *B*(−3, 4, −7).

c) Pasa por el punto *A*(−3, 4, 0) y su dirección es perpendicular a la de los vectores $\vec{u}=(-1,2,-3)$ y $\vec{v}=(0,-2,5)$.

4. Dado el segmento de extremos *A*(1, 2, −3) y *B*(−4, 12, 2), calcula las coordenadas de un punto interior a dicho segmento de manera que la distancia que lo separa de *A* sea $\frac{2}{5}$ de la longitud del segmento *AB*.

5. Se considera la recta de ecuación implícita $r:\begin{cases} x+y+z-4=0 \\ x+2y-z+1=0 \end{cases}$. Determina:

a) Un punto y el vector director. b) La ecuación en forma paramétrica. c) La ecuación en forma continua.

6. Escribe las ecuaciones paramétricas y la ecuación general del plano que cumple las siguientes condiciones:

a) Pasa por el punto *A*(4, 0, −1) y tiene como vectores directores $\vec{u}=(0,-2,3)$ y $\vec{v}=(5,-1,2)$.

b) Pasa por los puntos *A*(3, −2, 1), *B*(0, 0, −2) y *C*(1, 1, 1).

c) Pasa por el punto *A*(−3, 4, 0) y contiene a la recta $r:\frac{x}{2}=\frac{y-1}{0}=\frac{x+3}{-1}$.

7. Decide en cada uno de los siguientes casos si los puntos *A*, *B* y *C* están alineados o forman un triángulo:

a) *A*(1, 3, −1), *B*(−1, 4, −3) y *C*(3, 2, 1) b) *A*(1, 2, −2), *B*(2, 0, 1) y *C*(0, 4, −4)

8. Calcula la ecuación del plano simétrico de $\pi: x-11y+2z+3=0$ respecto de *P*(−2, 1, 0).

9. Calcula *m* para que *A*(−1, *m* − 1, 0), *B*(0, *m* + 2, 1) y *C*(1, 5, 2) pertenezcan a una recta. ¿Cuál es su ecuación?

10. Tres aristas concurrentes en el vértice *A*(2, 0, 0) de un paralelepípedo son *AB*, *AC* y *AD*. Sabiendo que *B*(5, 0, 1), *C*(3, 1, −3) y *D*(1, 10, 3), determina:

a) Los otros cuatro vértices. b) El volumen del paralelepípedo. c) Comprueba que es un ortoedro.

11. Estudia la posición relativa de los planos:

$\pi_1: ax-y+z=0$

$\pi_2: x+ay=0$

$\pi_3: 2x+az=0$

Propuesta B

1. a) Del vector $\overrightarrow{PQ} = (5, 3, -1)$ se sabe que $P(-1, 2, 3)$. Calcula las coordenadas del extremo Q.

b) Del vector $\overrightarrow{RS} = (-1, 3, -2)$ se sabe que $S(-2, 8, -1)$. Calcula las coordenadas del origen R.

2. El punto $M(-6, 5, 1)$ es el punto medio del segmento AB. Halla el punto A si el punto B es $(10, -7, 0)$.

3. Escribe las ecuaciones paramétricas y la ecuación en forma continua de la recta r que cumple:

a) Pasa por el punto $A(6, -1, -2)$ y tiene como dirección la del vector $\vec{u} = (3, 1, 0)$.

b) Pasa por los puntos $A(5, 2, -1)$ y $B(5, 4, -1)$.

c) Pasa por el punto $A(-3, 4, 0)$ y es paralela a la recta $s: \frac{x+2}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z-5}{1}$.

4. Dado el segmento de extremos $A(-3, 4, 4)$ y $B(1, 12, 0)$, calcula las coordenadas de tres puntos P, Q y R que dividan al segmento en cuatro partes iguales.

5. Se define la recta r como intersección de los planos $\pi: 2x - 3y + z = 3$ y $\sigma: x - z = 6$. Determina de r:

a) Un punto y el vector director. b) La ecuación en forma paramétrica. c) La ecuación en forma continua.

6. Escribe las ecuaciones paramétricas y la ecuación general del plano que cumple las siguientes condiciones:

a) Pasa por el punto $A(1, 2, -2)$ y tiene como vectores directores $\vec{u} = (-1, -2, 0)$ y $\vec{v} = (-1, 1, 2)$.

b) Pasa por los puntos $A(-1, 2, -1)$, $B(-1, 0, 3)$ y $C(-1, 2, 3)$.

c) Pasa por el punto $A(-3, 4, 0)$ y uno de sus vectores normales es $\vec{n} = (1, -2, -3)$.

7. Halla la ecuación del plano que pasa por el punto $P(-1, 1, 2)$ y contiene a la recta $r: \frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{-1} = z$.

8. a) Calcula las coordenadas del punto simétrico de $A(2, 1, 3)$ respecto de $P(-2, 1, 0)$.

b) Halla la ecuación en forma paramétrica de la recta simétrica de $r: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 0 \\ z = -2 - t \end{cases}$ respecto de $P(-2, 1, 0)$.

9. Un cubo tiene un vértice en el punto $A(1, 1, 1)$ y el centro en el punto $C(2, 2, 2)$.

¿Cuál es su volumen?

10. Estudia la posición relativa de los planos:

$\pi_1: 3x - y + 2z = 1$

$\pi_2: x + 4y + z = b$

$\pi_3: 2x - 5y + az = -2$