REPRESENTACIÓN DE FUNCIONES 2º Bachillerato

REPRESENTACIÓN DE UNA FUNCIÓN.

1. Dominio.

Halla el dominio de definición de las siguientes funciones:

a) $y = x^2 - 2$ El dominio de una función polinómica es:

$$\text{Dom}(y) = \mathbb{R}$$

b) $y = \dfrac{1}{x+3}$ El dominio de un cociente son todos menos los que anulen el denominador:

$$y = \frac{1}{x+3} \to x+3 \neq 0 \to x \neq -3 \to \text{Dom}(y) = \mathbb{R} - \{-3\}$$

REPRESENTACIÓN DE UNA FUNCIÓN.

1. Dominio.

Halla el dominio de definición de las siguientes funciones:

c) $y = \sqrt{x^2 - 5x + 6}$

$$x^2 - 5x + 6 \geq 0$$

$$(x-2)\cdot(x-3) \geq 0$$

		2		3	
$(x-2)$	$-$		$+$		$+$
$(x-3)$	$-$		$-$		$+$
x^2-5x+6	$\boxed{+}$		$-$		$\boxed{+}$

$$\text{Dom}(y) = \left]-\infty, 2\right] \cup \left[3, +\infty\right[$$

REPRESENTACIÓN DE UNA FUNCIÓN.

1. Dominio.

Halla el dominio de definición de las siguientes funciones:

d) $y = \log(x^2 - 5x + 6)$

$$x^2 - 5x + 6 > 0$$

$$(x-2)\cdot(x-3) > 0$$

		2		3	
$(x-2)$	$-$		$+$		$+$
$(x-3)$	$-$		$-$		$+$
x^2-5x+6	$\boxed{+}$		$-$		$\boxed{+}$

$$\text{Dom}(y) = \left]-\infty, 2\right[\cup \left]3, +\infty\right[$$

REPRESENTACIÓN DE UNA FUNCIÓN.

2. Puntos de corte con los ejes.

Halla los puntos de corte con los ejes de $f(x) = x^2 - 5x + 6$

Eje OX:

$$f(x) = 0 \rightarrow x^2 - 5x + 6 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 3 \end{cases} \rightarrow \boxed{(2,0) \text{ y } (3,0)}$$

Eje OY:

$$f(0) = 6 \rightarrow \boxed{(0,6)}$$

REPRESENTACIÓN DE UNA FUNCIÓN.

3. Simetría.

Estudia la simetría de $f(x) = x^3 - x$

Función par si $f(-x) = f(x)$

Función impar si $f(-x) = -f(x)$

$$f(-x) = (-x)^3 - (-x) = -x^3 + x = -f(x)$$

$$\boxed{\text{La función f es impar}}$$

REPRESENTACIÓN DE UNA FUNCIÓN.

4. Periodicidad.

Estudia la periodicidad de $f(x) = \operatorname{sen}(2x+1)$

$\operatorname{sen}(k)$ Periódica de periodo 2π

$$0 \le k \le 2\pi \rightarrow 0 \le 2x + 1 \le 2\pi \rightarrow$$

$$\rightarrow -1 \le 2x \le 2\pi - 1 \rightarrow \frac{-1}{2} \le x \le \frac{2\pi - 1}{2}$$

$$\text{Período}: \frac{2\pi - 1}{2} - \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{2\pi - 1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{2\pi}{2} = \pi$$

$$\boxed{\text{La función f es periódica de período } \pi}$$

REPRESENTACIÓN DE UNA FUNCIÓN.

5. Asíntotas.

Estudia las asíntotas de $f(x) = \dfrac{1}{x-1}$

A.V.

$$x - 1 = 0 \rightarrow x = 1 \rightarrow \lim_{x \to 1} \frac{1}{x-1} \rightarrow \begin{cases} \lim\limits_{x \to 1^-} \dfrac{1}{x-1} = -\infty \\ \lim\limits_{x \to 1^+} \dfrac{1}{x-1} = +\infty \end{cases} \rightarrow \text{A.V. en } x = 1$$

A.H.

$$\lim_{x \to \pm\infty} \frac{1}{x-1} = 0 \rightarrow \text{A.H. } y = 0 \text{ en } \pm\infty \rightarrow y = 0 \text{ es A.H. por los dos lados}$$

A.O. No tiene por tener horizontal por los dos lados.

$$\boxed{\text{La función f tiene A.V. en x = 1 y A.H. en y = 0}}$$

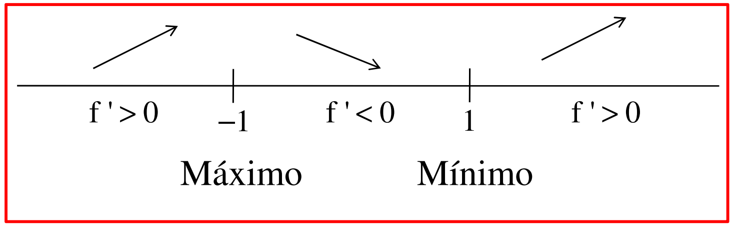
REPRESENTACIÓN DE UNA FUNCIÓN.

6. Monotonía.

Estudia la monotonía de $f(x) = x^3 - 3x$

$Dom(f) = \mathbb{R}$ $\qquad$ $f'(x) = 3x^2 - 3$

$$f'(x) = 0 \rightarrow 3x^2 - 3 = 0 \rightarrow x^2 - 1 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$$



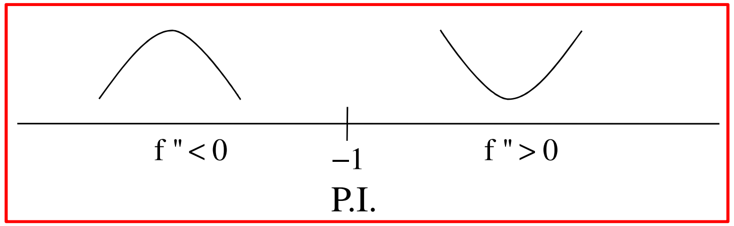
REPRESENTACIÓN DE UNA FUNCIÓN.

7. Curvatura.

Estudia la curvatura de $f(x) = x^3 + 3x^2$

$f'(x) = 3x^2 + 6x$ $\qquad$ $Dom(f) = \mathbb{R}$

$f''(x) = 6x + 6$ $\qquad$ $f''(x) = 0 \rightarrow x = -1$



REPRESENTACIÓN DE UNA FUNCIÓN.

1. Dominio.

2. Puntos de corte con los ejes.

3. Simetría.

4. Periodicidad.

5. Asíntotas.

6. Monotonía.

7. Curvatura.

8. Representación.

REPRESENTACIÓN DE $f(x) = x^3 + 3x^2$

$Dom(f) = \mathbb{R}$

P.C.: $(0,0)$ y $(-3,0)$

1. Dominio.

$$Dom(f) = \mathbb{R}$$

2. Puntos de corte.

Eje OX:

$$f(x) = 0 \rightarrow x^3 + 3x^2 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x + 3 = 0 \rightarrow x = -3 \end{cases}$$

$$\rightarrow (0,0) \text{ y } (-3,0)$$

Eje OY:

$$f(0) = 0 \rightarrow (0,0)$$

REPRESENTACIÓN DE $f(x)=x^3+3x^2$

$\mathrm{Dom}(f)=\mathbb{R}$	
P.C.: $(0,0)$ y $(-3,0)$	
No es par ni impar	
No es periódica	

3. Simetría.

$$f(-x)=(-x)^3+3(-x)^2=-x^3+3x^2$$

No es par ni impar

4. Periodicidad.

No es periódica

REPRESENTACIÓN DE $f(x)=x^3+3x^2$

$\mathrm{Dom}(f)=\mathbb{R}$	
P.C.: $(0,0)$ y $(-3,0)$	
No es par ni impar	
No es periódica	
No tiene asíntotas	

5. Asíntotas.

A.V. No tiene por ser polinómica y $\mathrm{Dom}(f)=\mathbb{R}$

A.H. No tiene por ser polinómica

$$\lim_{x\to\pm\infty} x^3+3x^2=\pm\infty$$

A.O. No tiene por ser polinómica

$$\lim_{x\to\pm\infty}\frac{x^3+3x^2}{x}=\lim_{x\to\pm\infty} x^2+3x=\pm\infty$$

REPRESENTACIÓN DE $f(x)=x^3+3x^2$

$\mathrm{Dom}(f)=\mathbb{R}$	
P.C.: $(0,0)$ y $(-3,0)$	
No es par ni impar	
No es periódica	
No tiene asíntotas	
↗ f'>0 −2 ↘ f'<0 0 ↗ f'>0 Máximo (−2 , 4) Mínimo (0 , 0)	

6. Monotonía.

$$f'(x)=3x^2+6x$$

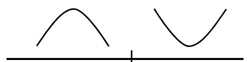
$$f'(x)=0\rightarrow 3x^2+6x=0\rightarrow\begin{cases}x=0\\3x+6=0\rightarrow x=-2\end{cases}$$

↗ $f'>0$ | -2 | ↘ $f'<0$ | 0 | ↗ $f'>0$

Máximo (−2 , 4) Mínimo (0 , 0)

REPRESENTACIÓN DE $f(x)=x^3+3x^2$

$\mathrm{Dom}(f)=\mathbb{R}$	
P.C.: $(0,0)$ y $(-3,0)$	
No es par ni impar	
No es periódica	
No tiene asíntotas	
↗ f'>0 −2 ↘ f'<0 0 ↗ f'>0 Máximo (−2 , 4) Mínimo (0 , 0)	



f"<0 −1 f">0

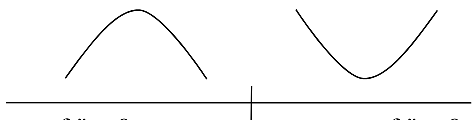
Punto de inflexión (−1 , 2)

7. Curvatura.

$$f'(x)=3x^2+6x$$

$$f''(x)=6x+6$$

$$f''(x)=0\rightarrow 6x+6=0\rightarrow x=-1$$



$f''<0$ | -1 | $f''>0$

Punto de inflexión (−1 , 2)

REPRESENTACIÓN DE $f(x)=x^3+3x^2$

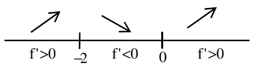
$\mathrm{Dom}(f)=\mathbb{R}$

$\mathrm{P.C.}:(0,0)$ y $(-3,0)$

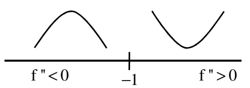
No es par ni impar

No es periódica

No tiene asíntotas

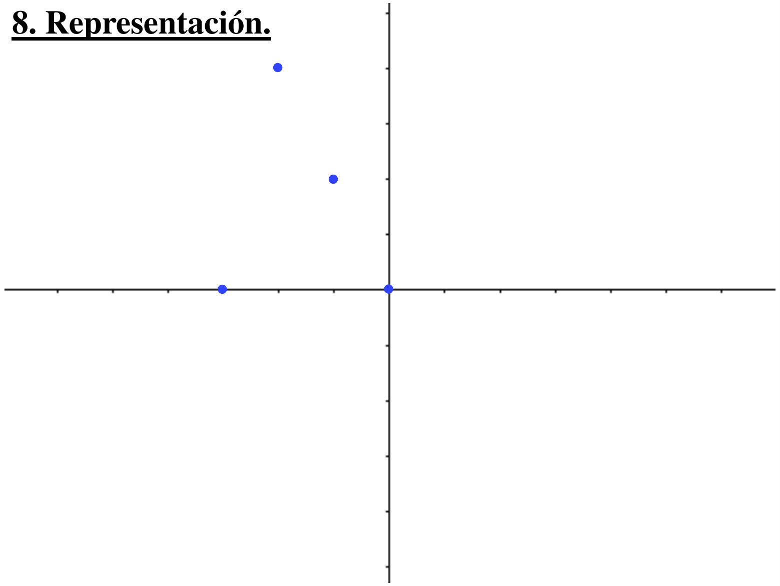


Máximo (–2 , 4)
Mínimo (0 , 0)



Punto de inflexión (–1 , 2)

8. Representación.



REPRESENTACIÓN DE $f(x)=x^3+3x^2$

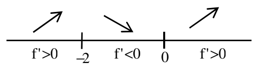
$\mathrm{Dom}(f)=\mathbb{R}$

$\mathrm{P.C.}:(0,0)$ y $(-3,0)$

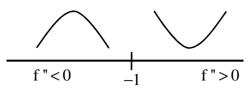
No es par ni impar

No es periódica

No tiene asíntotas

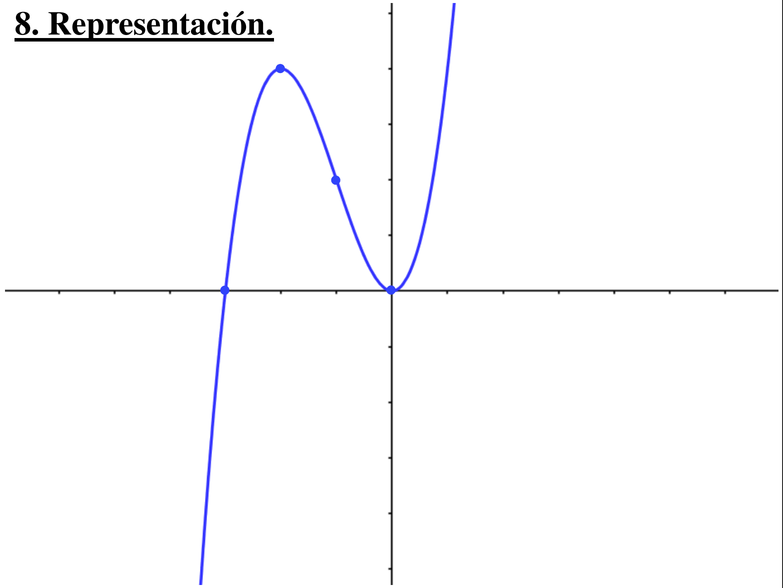


Máximo (–2 , 4)
Mínimo (0 , 0)



Punto de inflexión (–1 , 2)

8. Representación.



REPRESENTACIÓN DE $f(x)=\frac{x}{x+1}$

$\mathrm{Dom}(f)=\mathbb{R}-\{-1\}$

$\mathrm{P.C.}:(0,0)$

1. Dominio.

$x+1=0\rightarrow x=-1$ $\qquad$ $\mathrm{Dom}(f)=\mathbb{R}-\{-1\}$

2. Puntos de corte.

Eje OX:

$$f(x)=0\rightarrow x=0\rightarrow(0,0)$$

Eje OY:

$$f(0)=0\rightarrow(0,0)$$

REPRESENTACIÓN DE $f(x)=\frac{x}{x+1}$

$\mathrm{Dom}(f)=\mathbb{R}-\{-1\}$

$\mathrm{P.C.}:(0,0)$

No es par ni impar

No es periódica

3. Simetría.

$$f(-x)=\frac{(-x)}{(-x)+1}=\frac{-x}{-x+1}$$

No es par ni impar

4. Periodicidad.

No es periódica

REPRESENTACIÓN DE $f(x)=\dfrac{x}{x+1}$

$Dom(f)=\mathbb{R}-\{-1\}$

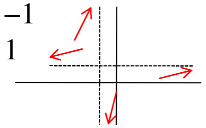
P.C.: $(0,0)$

No es par ni impar

No es periódica

$x=-1$

$y=1$



5. Asíntotas.

A.V.

$$\lim_{x\to -1}\frac{x}{x+1}\to\begin{cases}\lim\limits_{x\to -1^-}\dfrac{x}{x+1}=+\infty\\ \lim\limits_{x\to -1^+}\dfrac{x}{x+1}=-\infty\end{cases}\to \text{A.V. en } x=-1$$

A.H.

$$\lim_{x\to\pm\infty}\frac{x}{x+1}=1\to \text{A.H. en } x=1$$

A.O.

$$m=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{\frac{x}{x+1}}{x}=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{x}{x^2+x}=0$$

A.O. no tiene

REPRESENTACIÓN DE $f(x)=\dfrac{x}{x+1}$

$Dom(f)=\mathbb{R}-\{-1\}$

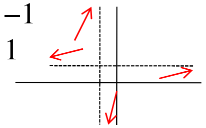
P.C.: $(0,0)$

No es par ni impar

No es periódica

$x=-1$

$y=1$



$f'>0$ -1 $f'>0$

No Máximos y no Mínimos

6. Monotonía.

$$f'(x)=\frac{(x+1)-x}{(x+1)^2}=\frac{1}{(x+1)^2}$$

$$f'(x)\neq 0$$

$f'>0$ -1 $f'>0$

No Máximos y no Mínimos

REPRESENTACIÓN DE $f(x)=\dfrac{x}{x+1}$

$Dom(f)=\mathbb{R}-\{-1\}$

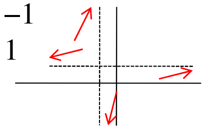
P.C.: $(0,0)$

No es par ni impar

No es periódica

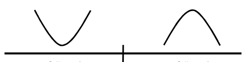
$x=-1$

$y=1$



$f'>0$ -1 $f'>0$

No Máximos y no Mínimos



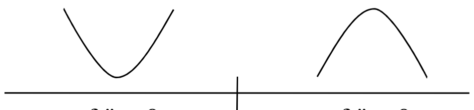
$f''>0$ -1 $f''<0$

No tiene puntos de inflexión

7. Curvatura.

$$f'(x)=\frac{(x+1)-x}{(x+1)^2}=\frac{1}{(x+1)^2}$$

$$f''(x)=\frac{-2}{(x+1)^3}\neq 0$$



$f''>0$ -1 $f''<0$

No tiene Puntos de inflexión

REPRESENTACIÓN DE $f(x)=\dfrac{x}{x+1}$

$Dom(f)=\mathbb{R}-\{-1\}$

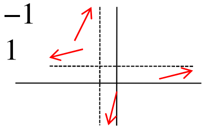
P.C.: $(0,0)$

No es par ni impar

No es periódica

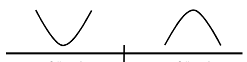
$x=-1$

$y=1$



$f'>0$ -1 $f'>0$

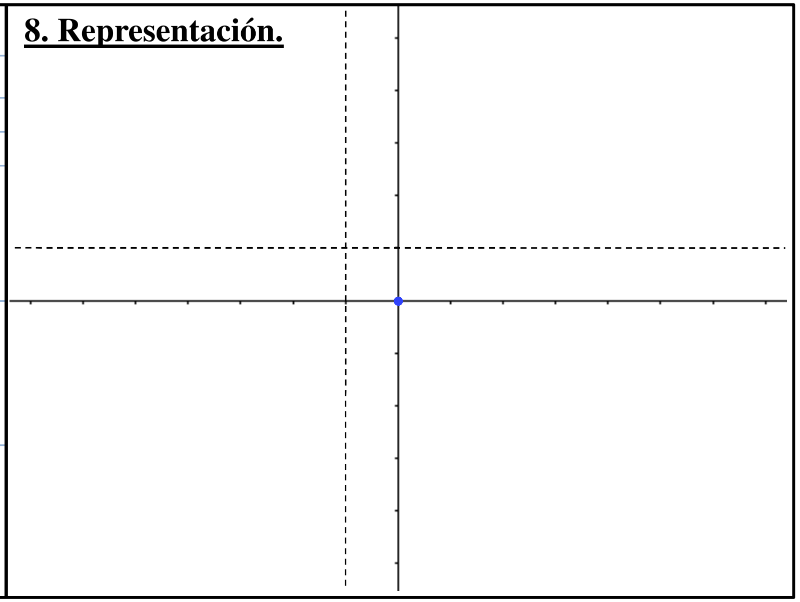
No Máximos y no Mínimos



$f''>0$ -1 $f''<0$

No tiene puntos de inflexión

8. Representación.



REPRESENTACIÓN DE $f(x)=\frac{x}{x+1}$

$Dom(f)=\mathbb{R}-\{-1\}$

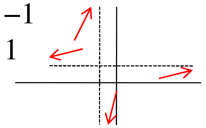
$P.C.:(0,0)$

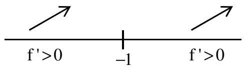
No es par ni impar

No es periódica

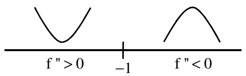
$x=-1$

$y=1$



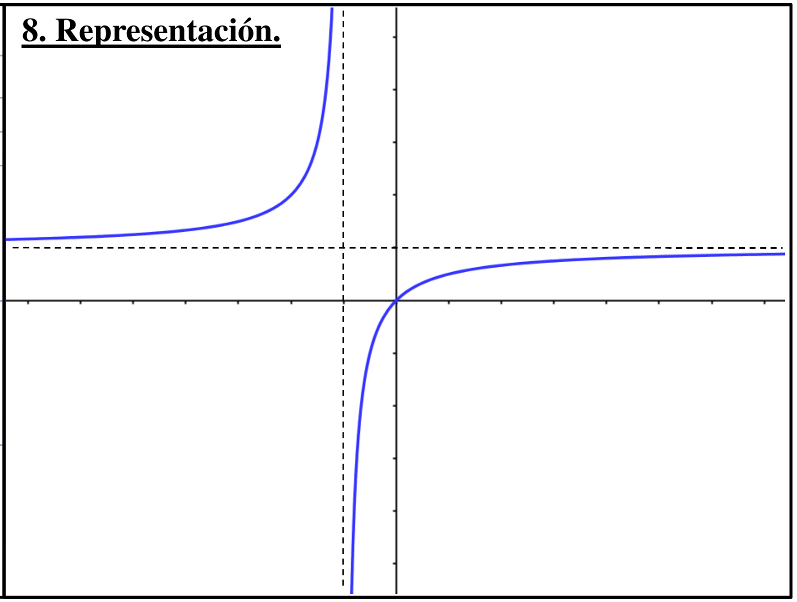


No Máximos y no Mínimos



No tiene puntos de inflexión

8. Representación.



REPRESENTACIÓN DE $f(x)=\frac{x^3}{x^2-4x+4}$

$Dom(f)=\mathbb{R}-\{2\}$

$P.C.:(0,0)$

1. Dominio.

$x^2-4x+4=0 \to x=2 \qquad Dom(f)=\mathbb{R}-\{2\}$

2. Puntos de corte.

Eje OX:

$f(x)=0 \to x^3=0 \to x=0 \to (0,0)$

Eje OY:

$f(0)=0 \to (0,0)$

REPRESENTACIÓN DE $f(x)=\frac{x^3}{x^2-4x+4}$

$Dom(f)=\mathbb{R}-\{2\}$

$P.C.:(0,0)$

No es par ni impar

No es periódica

3. Simetría.

$$f(-x)=\frac{(-x)^3}{(-x)^2-4(-x)+4}=\frac{-x^3}{x^2+4x+4}$$

No es par ni impar

4. Periodicidad.

No es periódica

REPRESENTACIÓN DE $f(x)=\frac{x^3}{x^2-4x+4}$

$Dom(f)=\mathbb{R}-\{2\}$

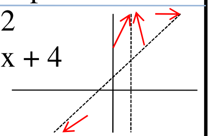
$P.C.:(0,0)$

No es par ni impar

No es periódica

$x=2$

$y=x+4$



5. Asíntotas.

A.V.

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^3}{x^2-4x+4}\to\begin{cases}\lim_{x\to 2^-}\frac{x^3}{x^2-4x+4}=+\infty\\ \lim_{x\to 2^+}\frac{x^3}{x^2-4x+4}=+\infty\end{cases}\to \text{A.V. en } x=2$$

A.H. No tiene $\lim_{x\to\pm\infty}\frac{x^3}{x^2-4x+4}=\pm\infty$

A.O.

$$m=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{\frac{x^3}{x^2-4x+4}}{x}=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{x^3}{x^3-4x^2+4x}=1$$

$$n=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{x^3}{x^2-4x+4}-x=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{x^3-x^3+4x^2-4x}{x^2-4x+4}=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{4x^2-4x}{x^2-4x+4}=4$$

A.O. $y=x+4$

REPRESENTACIÓN DE $f(x)=\frac{x^3}{x^2-4x+4}$

$\mathrm{Dom}(f)=\mathbb{R}-\{2\}$

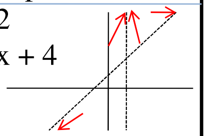
P.C.: $(0,0)$

No es par ni impar

No es periódica

$x = 2$

$y = x + 4$



f'>0 0 f'>0 2 f'<0 6 f'>0

Mínimo (6 , 13'5)

6. Monotonía.

$$f'(x)=\frac{3x^2(x^2-4x+4)-x^3(2x-4)}{(x^2-4x+4)^2}=\frac{3x^4-12x^3+12x^2-2x^4+4x^3}{(x^2-4x+4)^2}=$$

$$=\frac{x^4-8x^3+12x^2}{(x^2-4x+4)^2}=0\rightarrow\begin{cases}x=0\\ x^2-8x+12=0\rightarrow\begin{cases}x=2\\x=6\end{cases}\end{cases}$$

$f'>0$ 0 $f'>0$ 2 $f'<0$ 6 $f'>0$

Mínimo (6 , 13'5)

REPRESENTACIÓN DE $f(x)=\frac{x^3}{x^2-4x+4}$

$\mathrm{Dom}(f)=\mathbb{R}-\{2\}$

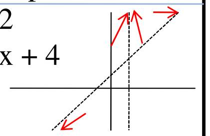
P.C.: $(0,0)$

No es par ni impar

No es periódica

$x = 2$

$y = x + 4$



f'>0 0 f'>0 2 f'<0 6 f'>0

Mínimo (6 , 13'5)

f"<0 0 f">0 2 f">0

Punto de inflexión (0 , 0)

7. Curvatura.

$$f''(x)=\frac{(4x^3-24x^2+24x)(x^2-4x+4)^{\cancel{2}}-(x^4-8x^3+12x^2)2\cancel{(x^2-4x+4)}(2x-4)}{(x^2-4x+4)^{\cancel{4}}}=$$

$$=\frac{24x^3-96x^2+96x}{(x^2-4x+4)^3}=\frac{24x(x^2-4x^2+4)}{(x^2-4x+4)^3}=\frac{24x}{(x^2-4x+4)^2}=0\rightarrow x=0$$

$f''<0$ 0 $f''>0$ 2 $f''>0$

Punto de inflexión (0 , 0)

REPRESENTACIÓN DE $f(x)=\frac{x^3}{x^2-4x+4}$

$\mathrm{Dom}(f)=\mathbb{R}-\{2\}$

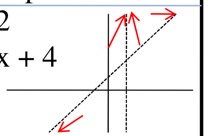
P.C.: $(0,0)$

No es par ni impar

No es periódica

$x = 2$

$y = x + 4$



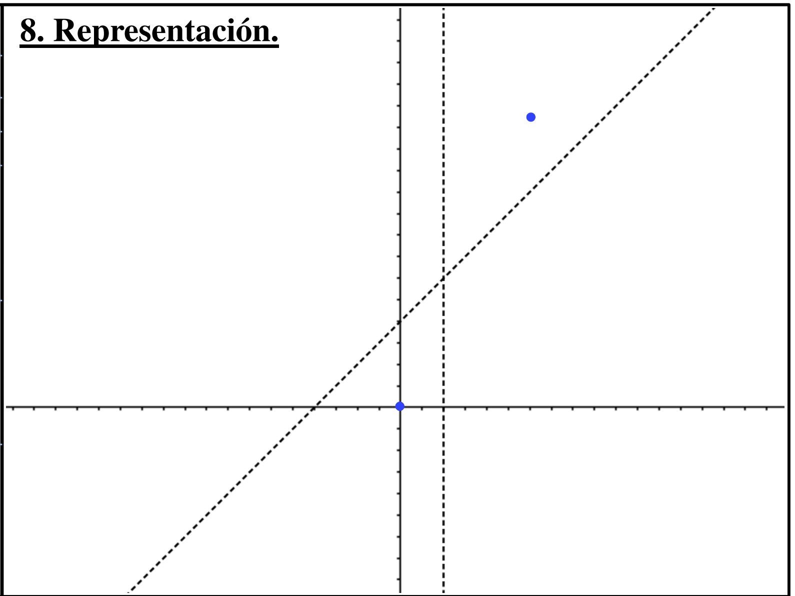
f'>0 0 f'>0 2 f'<0 6 f'>0

Mínimo (6 , 13'5)

f"<0 0 f">0 2 f">0

Punto de inflexión (0 , 0)

8. Representación.



REPRESENTACIÓN DE $f(x)=\frac{x^3}{x^2-4x+4}$

$\mathrm{Dom}(f)=\mathbb{R}-\{2\}$

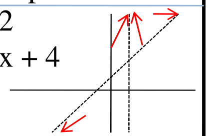
P.C.: $(0,0)$

No es par ni impar

No es periódica

$x = 2$

$y = x + 4$



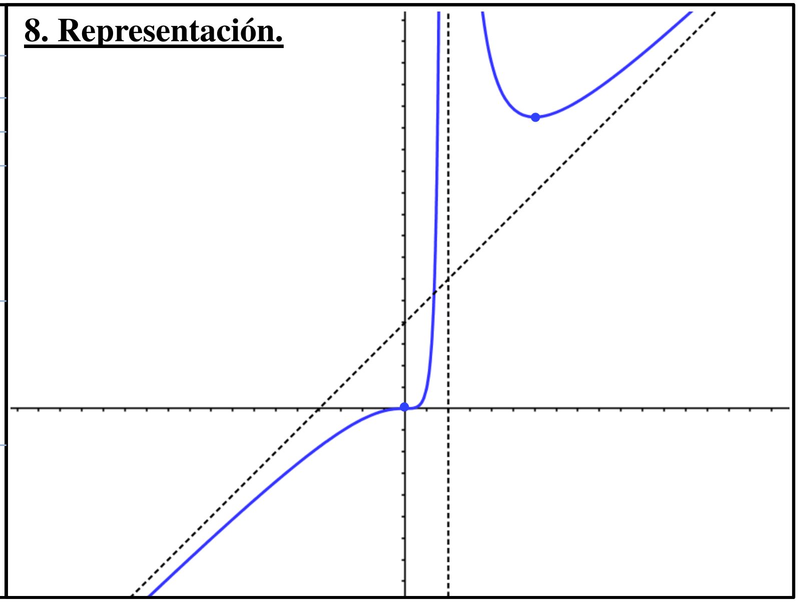
f'>0 0 f'>0 2 f'<0 6 f'>0

Mínimo (6 , 13'5)

f"<0 0 f">0 2 f">0

Punto de inflexión (0 , 0)

8. Representación.



REPRESENTACIÓN DE $f(x)=\ln\left(x^2+1\right)$

- $\mathrm{Dom}(f)=\mathbb{R}$
- P.C.: $(0,0)$

1. Dominio.

$$x^2+1>0 \rightarrow \mathrm{Dom}(f)=\mathbb{R}$$

2. Puntos de corte.

Eje OX:

$$f(x)=0 \rightarrow \ln\left(x^2+1\right)=0 \rightarrow x^2+1=1 \rightarrow x=0 \rightarrow (0,0)$$

Eje OY:

$$f(0)=0 \rightarrow (0,0)$$

REPRESENTACIÓN DE $f(x)=\ln\left(x^2+1\right)$

- $\mathrm{Dom}(f)=\mathbb{R}$
- P.C.: $(0,0)$
- Es par
- No es periódica

3. Simetría.

$$f(-x)=\ln\left((-x)^2+1\right)=\ln\left(x^2+1\right)=f(x)$$

Es par

4. Periodicidad.

No es periódica

REPRESENTACIÓN DE $f(x)=\ln\left(x^2+1\right)$

- $\mathrm{Dom}(f)=\mathbb{R}$
- P.C.: $(0,0)$
- Es par
- No es periódica
- No tiene asíntotas

5. Asíntotas.

A.V. No tiene por ser $\mathrm{Dom}(f)=\mathbb{R}$

A.H. No tiene por ser:

$$\lim_{x\to\pm\infty}\ln\left(x^2+1\right)=+\infty$$

A.O. No tiene por ser:

$$\lim_{x\to\pm\infty}\frac{\ln\left(x^2+1\right)}{x}=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{\frac{2x}{x^2+1}}{1}=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{2x}{x^2+1}=0$$

REPRESENTACIÓN DE $f(x)=\ln\left(x^2+1\right)$

- $\mathrm{Dom}(f)=\mathbb{R}$
- P.C.: $(0,0)$
- Es par
- No es periódica
- No tiene asíntotas
- $f'<0$ | 0 | $f'>0$
- Mínimo (0 , 0)

6. Monotonía.

$$f'(x)=\frac{2x}{x^2+1}$$

$$f'(x)=0 \rightarrow 2x=0 \rightarrow x=0$$

$f'<0$ $\quad 0 \quad$ $f'>0$

Mínimo (0 , 0)

REPRESENTACIÓN DE $f(x)=\ln\left(x^2+1\right)$

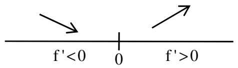
$Dom(f)=\mathbb{R}$

$P.C.: (0,0)$

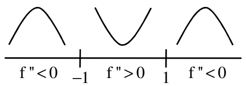
Es par

No es periódica

No tiene asíntotas



Mínimo (0 , 0)



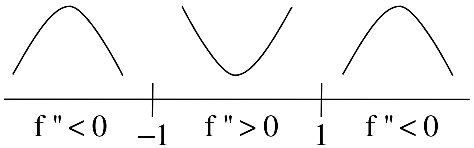
P.I. (−1 , ln 2) (1 , ln 2)

7. Curvatura.

$$f'(x)=\frac{2x}{x^2+1}$$

$$f''(x)=\frac{2\left(x^2+1\right)-2x\cdot 2x}{\left(x^2+1\right)^2}=\frac{-2x^2+2}{\left(x^2+1\right)^2}$$

$$f''(x)=0\rightarrow -2x^2+2=0\rightarrow x=\pm 1$$



Punto de inflexión (−1 , ln 2) (1 , ln 2)

REPRESENTACIÓN DE $f(x)=\ln\left(x^2+1\right)$

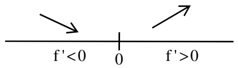
$Dom(f)=\mathbb{R}$

$P.C.: (0,0)$

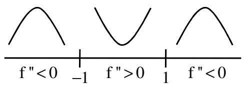
Es par

No es periódica

No tiene asíntotas

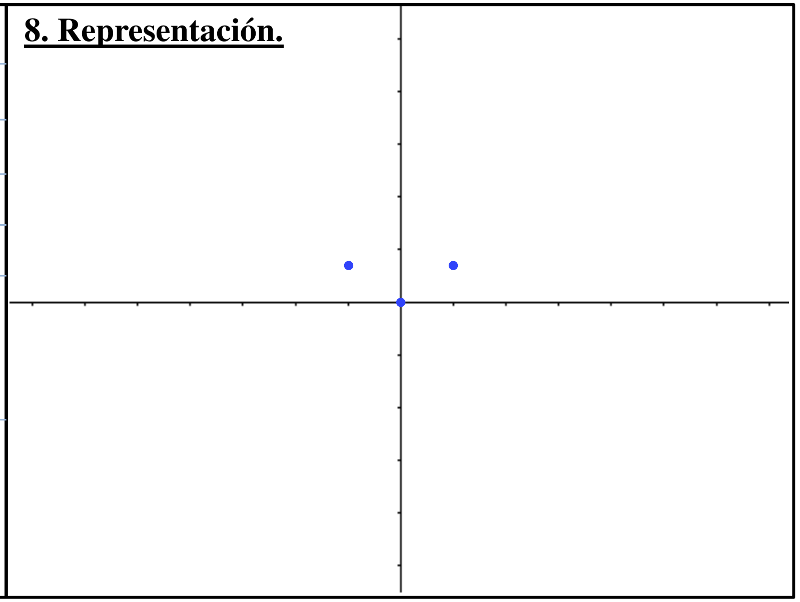


Mínimo (0 , 0)



P.I. (−1 , ln 2) (1 , ln 2)

8. Representación.



REPRESENTACIÓN DE $f(x)=\ln\left(x^2+1\right)$

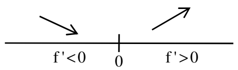
$Dom(f)=\mathbb{R}$

$P.C.: (0,0)$

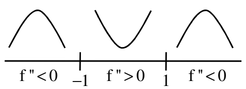
Es par

No es periódica

No tiene asíntotas

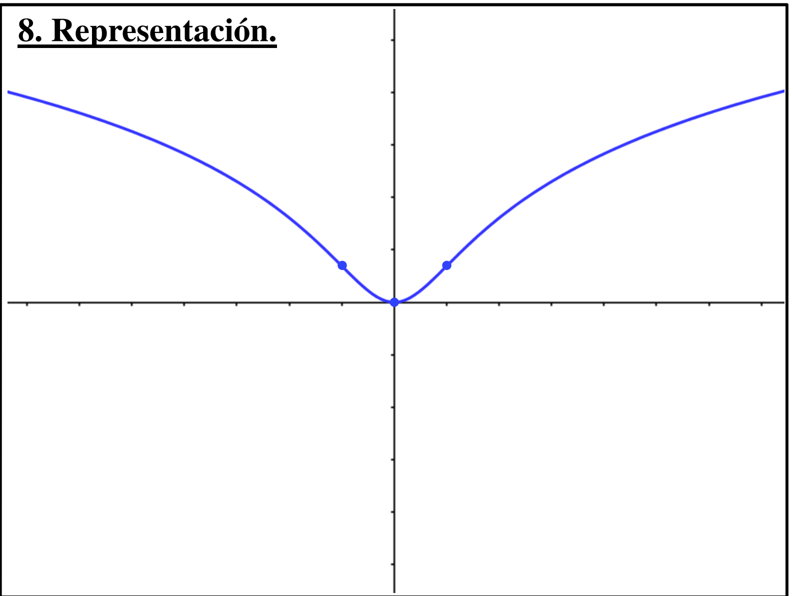


Mínimo (0 , 0)



P.I. (−1 , ln 2) (1 , ln 2)

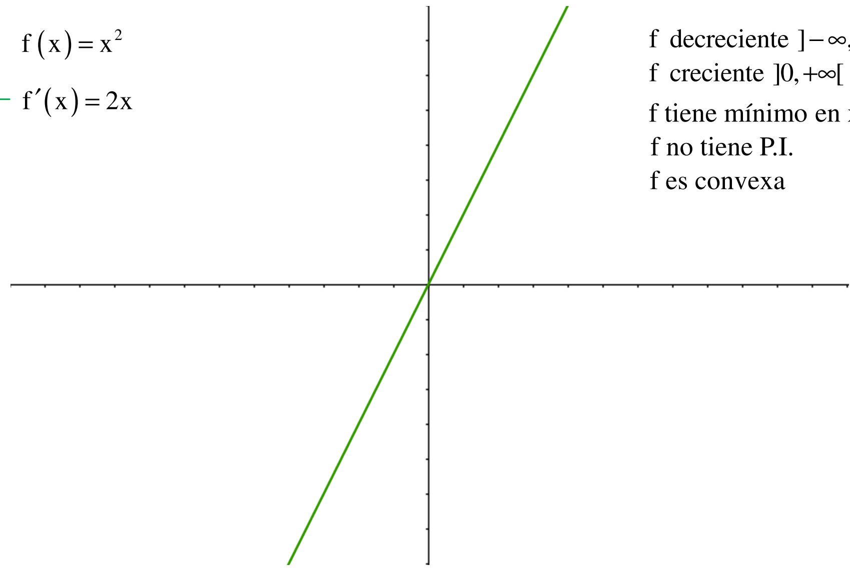
8. Representación.



UTILIZACIÓN DE LA FUNCIÓN DERIVADA

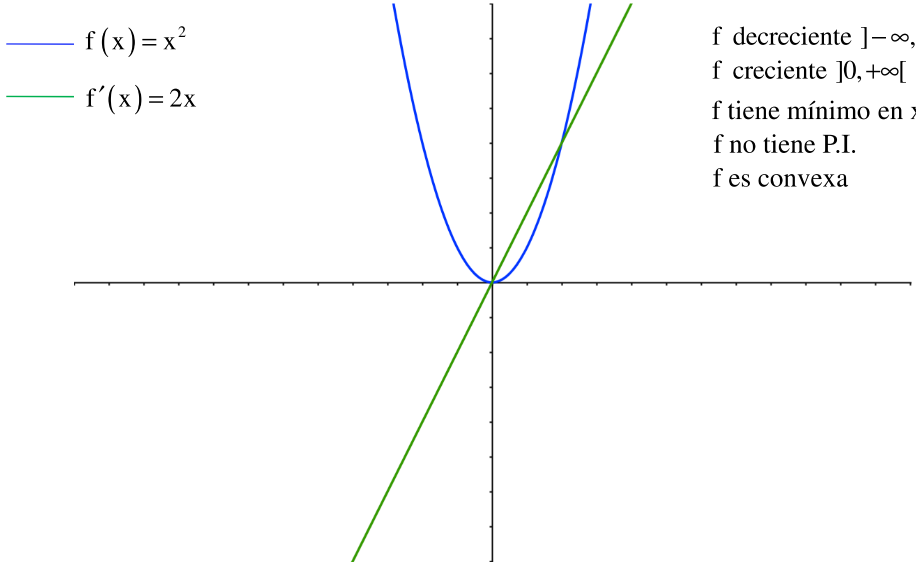
$f(x)=x^2$

$f'(x)=2x$



f decreciente $]-\infty,0[$
f creciente $]0,+\infty[$
f tiene mínimo en x = 0
f no tiene P.I.
f es convexa

UTILIZACIÓN DE LA FUNCIÓN DERIVADA



f decreciente $]-\infty, 0[$

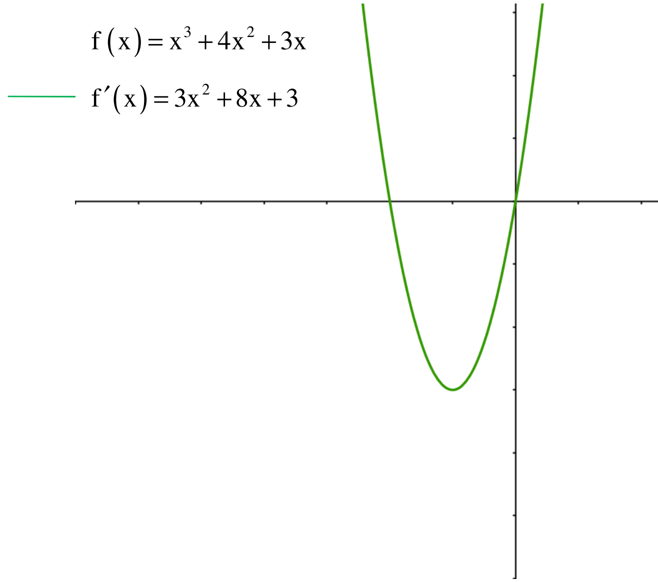
f creciente $]0, +\infty[$

f tiene mínimo en $x = 0$

f no tiene P.I.

f es convexa

UTILIZACIÓN DE LA FUNCIÓN DERIVADA



f decreciente $]-2, 2[$

f creciente $]+\infty, -2[\cup]0, +\infty[$

f tiene máximo en $x = -2$

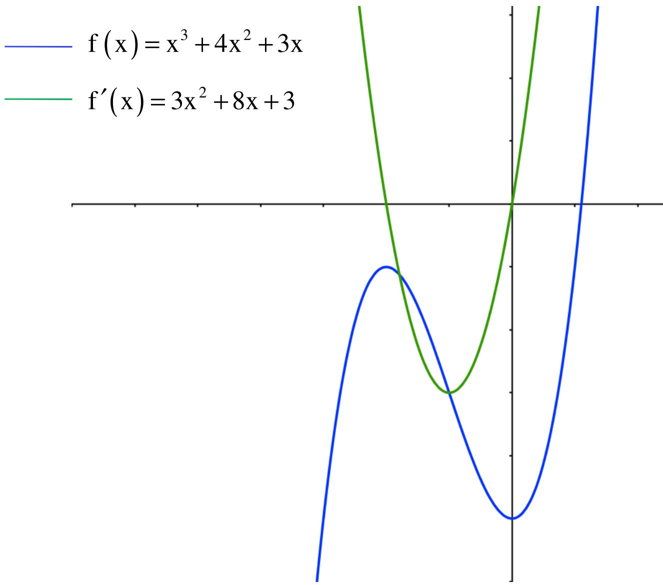
f tiene mínimo en $x = 0$

f cóncava $]+\infty, -1[$

f convexa $]-1, +\infty[$

f tiene P.I. en $x = -1$

UTILIZACIÓN DE LA FUNCIÓN DERIVADA



f decreciente $]-2, 2[$

f creciente $]+\infty, -2[\cup]0, +\infty[$

f tiene máximo en $x = -2$

f tiene mínimo en $x = 0$

f cóncava $]+\infty, -1[$

f convexa $]-1, +\infty[$

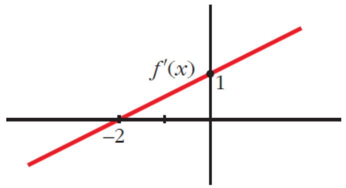
f tiene P.I. en $x = -1$

UTILIZACIÓN DE LA FUNCIÓN DERIVADA

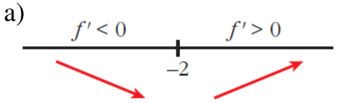
La gráfica adjunta corresponde a la función derivada, f', de una función f.

a) Estudia el crecimiento y decrecimiento de f y di si tiene máximo o mínimo.

b) Estudia la concavidad y convexidad de f. ¿Tiene punto de inflexión?



a)



$f'(-2) = 0$.

Por tanto, la función f es decreciente en $(-\infty, -2)$.

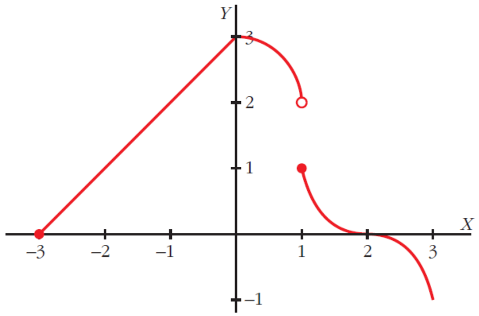
Es creciente en $(-2, +\infty)$. Tiene un mínimo en $x = -2$.

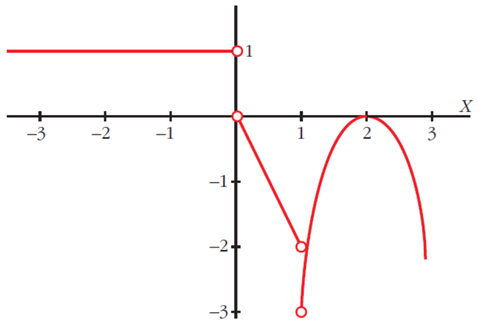
b) Como $f'(x)$ es una recta con pendiente $\frac{1}{2}$, entonces $f''(x) = \frac{1}{2} > 0$.

Por tanto, f es una función cóncava. No tiene puntos de inflexión.

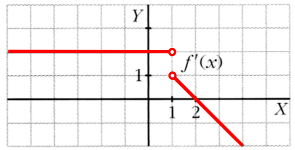
UTILIZACIÓN DE LA FUNCIÓN DERIVADA

Dada la gráfica de la función $f(x)$, Dibuja razonadamente la gráfica de $f'(x)$.





UTILIZACIÓN DE LA FUNCIÓN DERIVADA



Esta es la gráfica de la función derivada de una función f continua en $\mathbb{R}$.

a) Di si f es derivable en todo $\mathbb{R}$ y por qué.

b) Estudia el crecimiento y el decrecimiento de f y explica si tiene algún extremo relativo.

c) Representa $f''(x)$.

a) $f(x)$ no es derivable en $x = 1$. No existe $f'(1)$, ya que $f'(1^-) \neq f'(1^+)$.

b) $f(x)$ es creciente en $(-\infty, 1) \cup (1, 2)$ porque en ese intervalo $f'(x) > 0$.

$f(x)$ es decreciente en $(2, +\infty)$ porque $f'(x) < 0$.

$f(x)$ tiene un extremo en $x = 2$, porque en la gráfica observamos que $f'(2) = 0$.

Además, en $x = 2$, $f'(x)$ pasa de positiva a negativa y, por ello, $f(x)$ pasa de creciente a decreciente, lo que nos asegura que $f(x)$ tiene un máximo en $x = 2$.

c) Los valores de $f''(x)$ son las pendientes de las semirrectas que forman $f'(x)$. Su gráfica es: