

## PORCENTAJES

Para calcular el  $x\%$  de una cantidad  $C$  se realiza la operación:

$$x\% \text{ de } C = C \cdot \frac{x}{100}$$

Si se expresa un porcentaje en forma decimal, se obtiene el **tanto por uno**.

Ejemplos:

$$\text{El } 4\% \text{ de } 12600 \text{ es } 12600 \cdot \frac{4}{100} = 504$$

$$\text{El } 25\% \text{ de } 8654 \text{ es } 8654 \cdot \frac{25}{100} = 2163'5$$

## AUMENTOS Y DISMINUCIONES PORCENTUALES.

### Aumentos porcentuales.

Para **aumentar** una cantidad  $C$  en un porcentaje  $x\%$  se opera:

$$\text{Resultado} = C + C \cdot \frac{x}{100} = C \left( 1 + \frac{x}{100} \right)$$

Ejemplo: Un equipo de música tiene un precio marcado de 360€. Un cliente pregunta si está incluido el IVA, y la respuesta es que no. ¿Cuánto tendrá que pagar sabiendo que el impuesto es del 16%?

$$\text{Total} = 360 \cdot \left( 1 + \frac{16}{100} \right) = 360 \cdot 1'16 = 417'60 \text{ €}$$

Tendrá que pagar 417'60 €.

## AUMENTOS Y DISMINUCIONES PORCENTUALES.

### Disminuciones porcentuales.

Para **disminuir** una cantidad  $C$  en un porcentaje  $x\%$  se opera:

$$\text{Resultado} = C - C \cdot \frac{x}{100} = C \left( 1 - \frac{x}{100} \right)$$

Ejemplo: Una bicicleta de montaña expuesta en un escaparate tiene una etiqueta que marca 180€. Junto al precio aparece un cartel que indica  $-25\%$ . ¿Cuánto cuesta la bicicleta?

$$\text{Total} = 180 \cdot \left( 1 - \frac{25}{100} \right) = 180 \cdot 0'75 = 135 \text{ €}$$

La bicicleta cuesta 135 €.

## AUMENTOS Y DISMINUCIONES PORCENTUALES.

### Porcentajes encadenados.

Ejemplo: Un ordenador cuesta 1172 euros, a los que hay que restar un 12% de descuento y después aplicarles el 21% de IVA. ¿Cuál es el precio final del ordenador?

$$\text{Precio} = 1172 \cdot (1 - 0'12) \cdot (1 + 0'21) = 1172 \cdot 0'88 \cdot 1'21 = 1247'95 \text{ €}$$

El ordenador cuesta 1247'95 €.

## INTERÉS SIMPLE Y COMPUESTO

### Interés Simple.

Si una cantidad está colocada a **interés simple**, los intereses generados en cada periodo no se suman al capital, y por lo tanto, no generan nuevos intereses.

Un capital inicial  $C_i$  colocado a un rédito  $r$  (interés/100) de interés simple anual durante  $t$  años, se convierte en:

$$C_f = C_i + I = C_i + C_i \cdot r \cdot t = C_i \cdot (1 + r \cdot t)$$

Ejemplo: Se colocan 3000€ a un interés simple anual del 5% durante un período de 6 años. ¿Cuál será el capital final?

$$C_f = C_i \cdot (1 + r \cdot t) = 3000 \cdot \left(1 + \frac{5}{100} \cdot 6\right) = 3900€$$

**El capital final será de 3900€**

## INTERÉS SIMPLE Y COMPUESTO

### Interés Simple.

Ejemplo: Se colocan 3000€ a un interés simple anual del 5% durante un período de 1 año y 5 meses. ¿Cuál será el interés y el capital final?

$$C_i = 3000€ \quad r = \frac{5}{100} \quad t = 1 \text{ año y 5 meses} = 1'42 \text{ años}$$

$$I = C_i \cdot r \cdot t = 3000 \cdot \frac{5}{100} \cdot 1'42 = 213€$$

$$C_f = C_i + I = 3000 + 213 = 3213€$$

**El interés será de 213€ y el capital final será de 3213€**

## INTERÉS SIMPLE Y COMPUESTO

### Interés Compuesto. Período de Capitalización de un año.

Cuando una cantidad se deposita a interés compuesto, cada cierto período, llamado período de capitalización, los intereses se incorporan automáticamente al capital y se generan nuevos intereses.

Un capital inicial  $C_i$  colocado a un rédito  $r$  (interés/100) de interés compuesto con capitalización anual durante  $t$  años, se convierte en:

$$C_f = C_i \cdot (1 + r)^t$$

Ejemplo: Se colocan 7500€ a un interés compuesto anual del 4% durante un período de 3 años. ¿Cuál será el capital final?

$$C_f = C_i \cdot (1 + r)^t = 7500 \cdot (1 + 0'04)^3 = 8436'48€$$

**El capital final será de 8436'48€**

## INTERÉS SIMPLE Y COMPUESTO

### Interés Compuesto. Período de Capitalización inferior a un año.

Un capital inicial  $C_i$  colocado a un rédito  $r$  (interés/100) de interés compuesto con capitalización  $k$  veces al año durante  $t$  años, se convierte en:

$$C_f = C_i \cdot \left(1 + \frac{r}{k}\right)^{k \cdot t}$$

Ejemplo: Se colocan 7500€ a un interés compuesto anual del 4% durante un período de 3 años, si el período de capitalización es de un trimestre. ¿Cuál será el capital final?

$$C_f = 7500 \cdot \left(1 + \frac{0'04}{4}\right)^{4 \cdot 3} = 8451'19€$$

**El capital final será de 8451'19€**

## ANUALIDADES DE CAPITALIZACIÓN Y AMORTIZACIÓN

### Anualidades de Capitalización.

Las **anualidades de capitalización** son cantidades fijas que se depositan cada año durante un cierto número de años, a un interés compuesto, de forma que se consigue un capital final igual a las cantidades entregadas más los intereses producidas por ellas.

El capital **C** que se consigue al ingresar una anualidad de capitalización **a** durante **t** años a un rédito **r** (interés/100) de interés compuesto es:

$$C_f = \frac{a \cdot (1+r) \cdot \left[ (1+r)^t - 1 \right]}{r}$$

## ANUALIDADES DE CAPITALIZACIÓN Y AMORTIZACIÓN

### Anualidades de Capitalización.

Si las aportaciones se hacen con una periodicidad inferior a un año, realizando **k** veces al año, quedaría:

El capital **C** que se consigue al ingresar una anualidad de capitalización **a** durante **t** años a un rédito **r** (interés/100) de interés compuesto es:

$$C_f = \frac{a \cdot \left( 1 + \frac{r}{k} \right) \cdot \left[ \left( 1 + \frac{r}{k} \right)^{k \cdot t} - 1 \right]}{\frac{r}{k}}$$

## ANUALIDADES DE CAPITALIZACIÓN Y AMORTIZACIÓN

### Anualidades de Capitalización.

$$C_f = \frac{a \cdot (1+r) \cdot \left[ (1+r)^t - 1 \right]}{r} \qquad C_f = \frac{a \cdot \left( 1 + \frac{r}{k} \right) \cdot \left[ \left( 1 + \frac{r}{k} \right)^{k \cdot t} - 1 \right]}{\frac{r}{k}}$$

**Ejemplo:** Luis contrata un depósito en un banco a un interés del 2'5% durante 5 años. ¿Qué cantidades trimestrales deberá depositar para obtener al final 30000€?

$$30000 = \frac{a \cdot \left( 1 + \frac{0'025}{4} \right) \cdot \left[ \left( 1 + \frac{0'025}{4} \right)^{4 \cdot 5} - 1 \right]}{\frac{0'025}{4}} \rightarrow a = \frac{30000 \cdot \frac{0'025}{4}}{\left( 1 + \frac{0'025}{4} \right) \cdot \left[ \left( 1 + \frac{0'025}{4} \right)^{4 \cdot 5} - 1 \right]} = 1404'10€$$

**Deberá depositar 1404'10€**

## ANUALIDADES DE CAPITALIZACIÓN Y AMORTIZACIÓN

### Anualidades de Amortización.

Otra operación financiera es la solicitud de un préstamo que se devuelve en varios años mediante el pago de una cantidad fija cada año, denominada **anualidad de amortización**. Al final se habrá devuelto la cantidad prestada más los intereses pactados.

La **anualidad de amortización** que se deberá devolver al final de cada uno de los **t** años que se tarda en cubrir una deuda de un préstamo de **C€** a un rédito **r** (interés/100) es:

$$a = \frac{C \cdot r \cdot (1+r)^t}{(1+r)^t - 1}$$

## ANUALIDADES DE CAPITALIZACIÓN Y AMORTIZACIÓN

### Anualidades de Amortización.

Si se hacen **k** devoluciones al año, la **anualidad de amortización** que se deberá devolver al final de cada uno de los plazos que se tarda en cubrir una deuda de un préstamo de **C€** a un rédito **r** (interés/100) es:

$$a = \frac{C \cdot \frac{r}{k} \cdot \left(1 + \frac{r}{k}\right)^{k \cdot t}}{\left(1 + \frac{r}{k}\right)^{k \cdot t} - 1}$$

## ANUALIDADES DE CAPITALIZACIÓN Y AMORTIZACIÓN

### Anualidades de Amortización.

$$a = \frac{C \cdot r \cdot (1+r)^t}{(1+r)^t - 1} \qquad a = \frac{C \cdot \frac{r}{k} \cdot \left(1 + \frac{r}{k}\right)^{k \cdot t}}{\left(1 + \frac{r}{k}\right)^{k \cdot t} - 1}$$

Ejemplo: Se solicita un préstamo hipotecario de 125000€ a devolver en 16 años, a un interés del 5%. ¿Qué anualidad y mensualidad habrá que pagar?

$$a_1 = \frac{C \cdot r \cdot (1+r)^t}{(1+r)^t - 1} = \frac{125000 \cdot 0'05 \cdot 1'05^{16}}{1'05^{16} - 1} = 11533'74€$$

$$a_2 = \frac{125000 \cdot \frac{0'05}{12} \cdot \left(1 + \frac{0'05}{12}\right)^{12 \cdot 16}}{\left(1 + \frac{0'05}{12}\right)^{12 \cdot 16} - 1} = 947'10€$$

## ANUALIDADES DE CAPITALIZACIÓN Y AMORTIZACIÓN

### Tasa Anual Equivalente (TAE).

Para facilitar la comparación en distintas ofertas, las entidades financieras deben indicar el **TAE** que es el rédito que produciría el mismo capital final si el período de capitalización fuera de un año.

La **TAE** indica el porcentaje de crecimiento total del capital durante un año y se calcula mediante la fórmula:

$$TAE = \left[ \left(1 + \frac{r}{k}\right)^k - 1 \right] \cdot 100$$

## ANUALIDADES DE CAPITALIZACIÓN Y AMORTIZACIÓN

### Tasa Anual Equivalente (TAE).

$$TAE = \left[ \left(1 + \frac{r}{k}\right)^k - 1 \right] \cdot 100$$

Ejemplo: Se solicita un préstamo hipotecario de 125000€ a devolver en 16 años, a un interés del 5%. ¿Qué anualidad y mensualidad habrá que pagar?

$$TAE = \left[ \left(1 + \frac{0'05}{12}\right)^{12} - 1 \right] \cdot 100 = 5'12\%$$