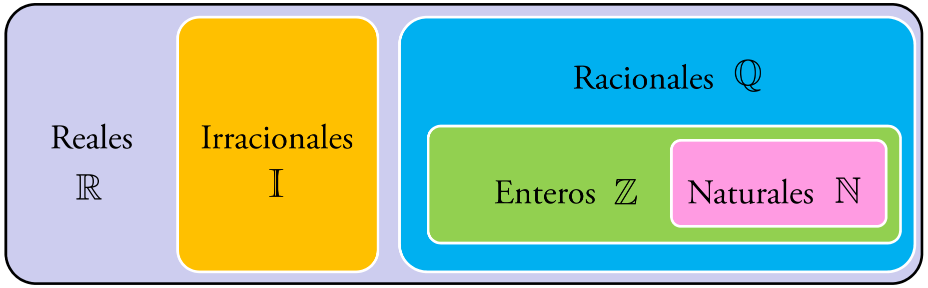
NÚMEROS REALES
1º Bachillerato
CC. SS.

Números Reales



Naturales $\mathbb{N}$ $\quad 1, 2, 3, \ldots$	Enteros $\mathbb{Z}$ $\quad -2, -1, 0, 1, 2 \ldots$
Racionales $\mathbb{Q}$ $\quad \frac{3}{5}, \frac{7}{3}, 6'333\ldots$	Irracionales $\mathbb{I}$ $\quad \pi, \sqrt{3}, 7'12314\ldots$

Números Reales

$$0;\ 4;\ -11;\ 0{,}31;\ \sqrt{2};\ \frac{3}{4};\ \frac{7}{4};\ \sqrt[3]{5};\ \frac{24}{6};$$

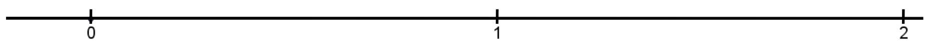
$$\frac{-24}{4};\ -\sqrt{3};\ \sqrt[3]{-8};\ \sqrt{81};\ 7{,}\widehat{31};\ \pi;\ -\frac{5}{9}$$

Sitúalos, en tu cuaderno, sobre un cuadro como el de abajo. Ten en cuenta que un mismo número puede estar en más de uno de los conjuntos.

NATURALES ($\mathbb{N}$)	$0;\ 4;\ \frac{24}{6};\ \sqrt{81}$
ENTEROS ($\mathbb{Z}$)	$0;\ 4;\ -11;\ \frac{24}{6};\ \frac{-24}{4};\ \sqrt[3]{-8};\ \sqrt{81}$
RACIONALES ($\mathbb{Q}$)	$0;\ 4;\ -11;\ 0{,}31;\ \frac{3}{4};\ \frac{7}{4};\ \frac{24}{6};\ \frac{-24}{4};\ \sqrt[3]{-8};\ \sqrt{81};\ 7{,}\widehat{31};\ -\frac{5}{9}$
NO RACIONALES	$\sqrt{2};\ \sqrt[3]{5};\ -\sqrt{3};\ \pi$

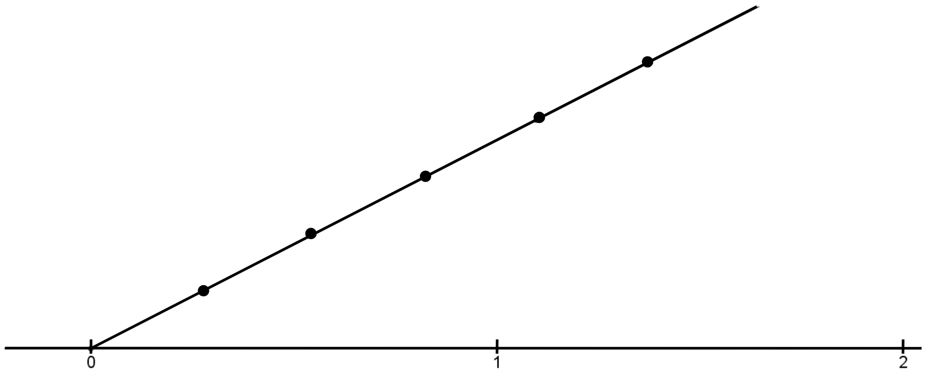
Números Racionales. Representación

Representar 3/5



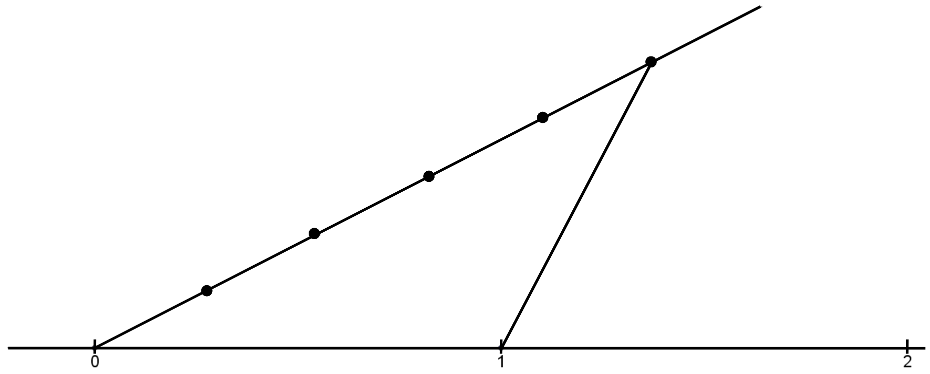
Números Racionales. Representación

Representar 3/5



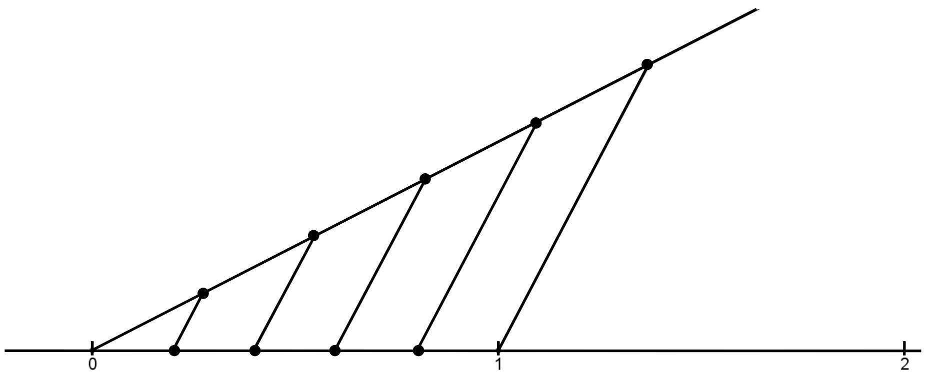
Números Racionales. Representación

Representar 3/5



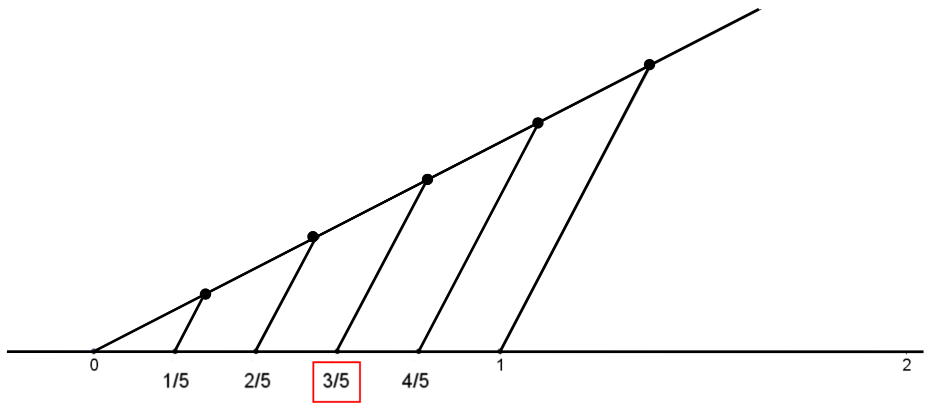
Números Racionales. Representación

Representar 3/5



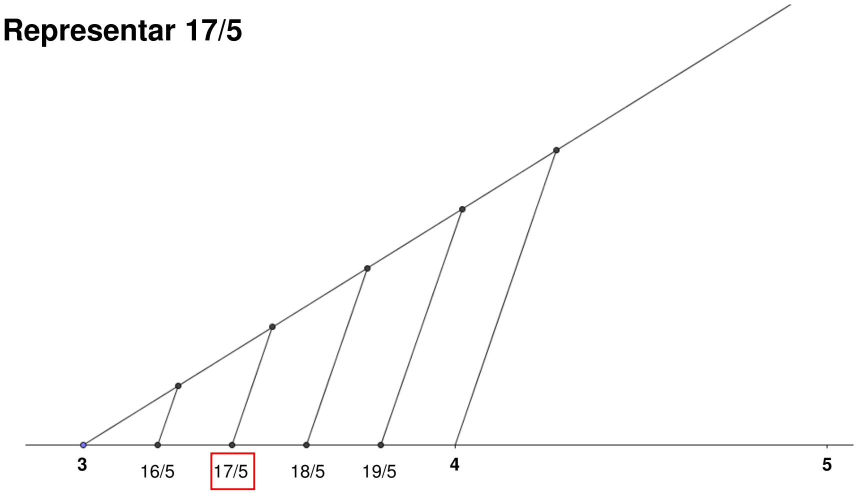
Números Racionales. Representación

Representar 3/5



Números Racionales. Representación

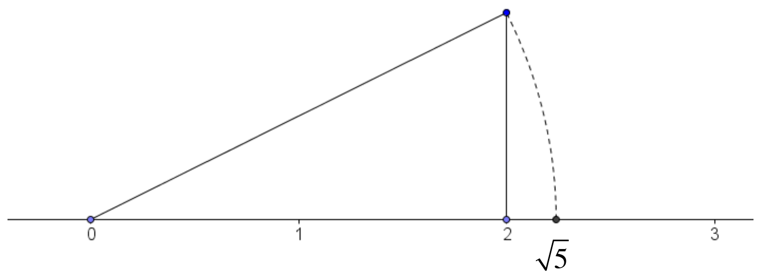
Representar 17/5



Representar radicales

Representa $\sqrt{5}$

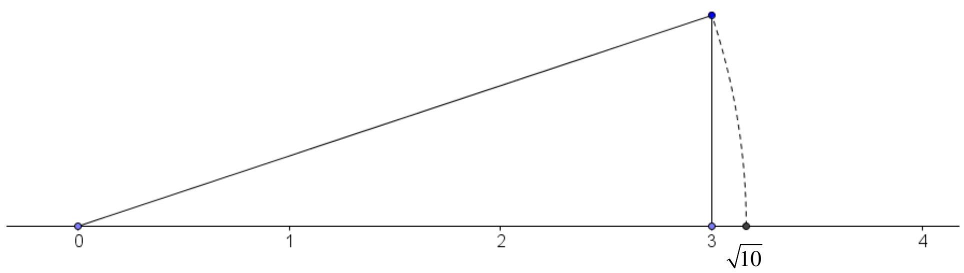
$$\sqrt{5} = \sqrt{2^2 + 1^2}$$



Representar radicales

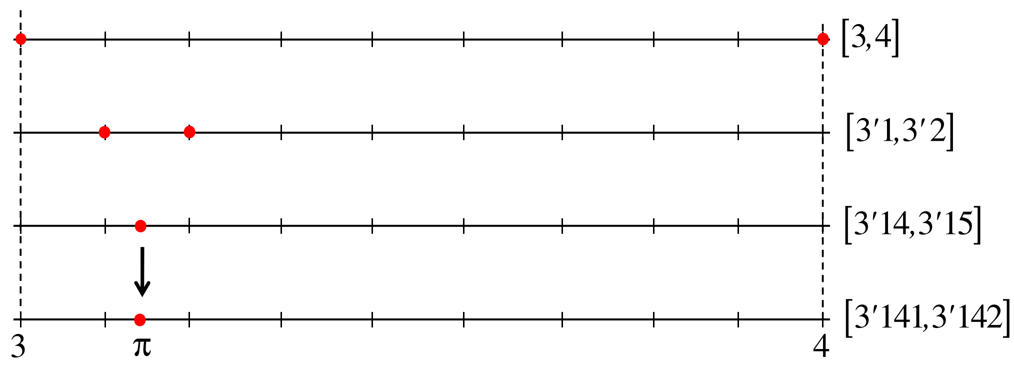
Representa $\sqrt{10}$

$$\sqrt{10} = \sqrt{3^2 + 1^2}$$



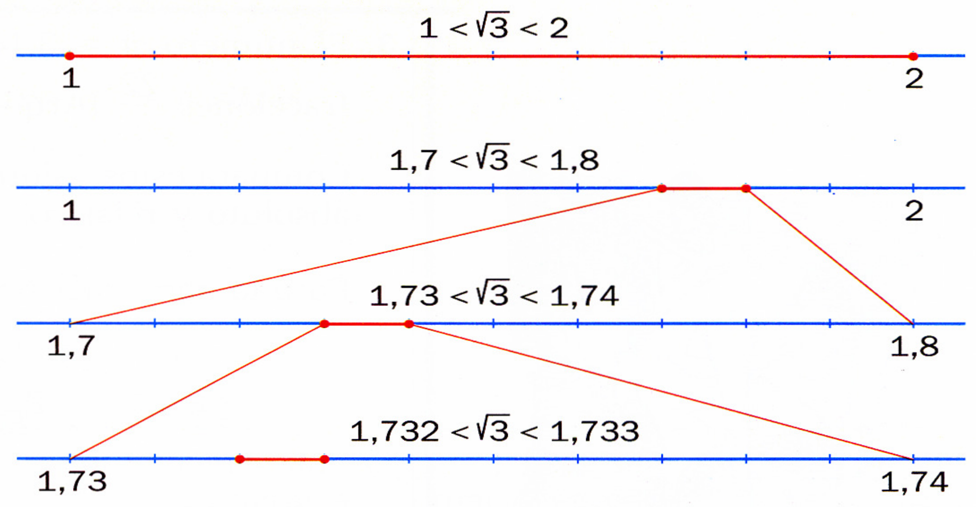
Representar números irracionales

Representa π



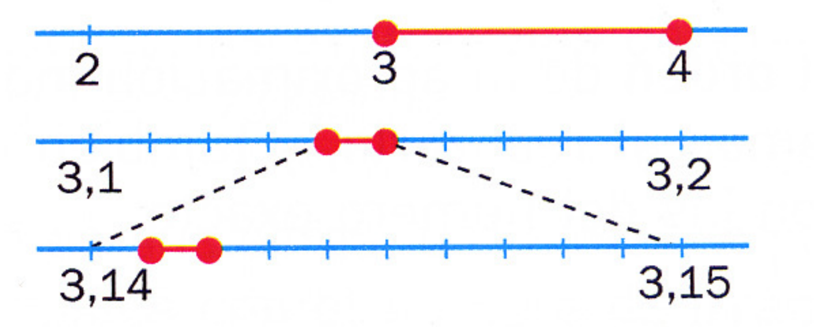
Expresión aproximada de un nº real

Aproxima $\sqrt{3} = 1,7320508...$



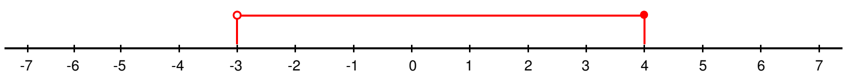
Representar números irracionales

Representa π



Intervalos Semirrectas y Entornos

Representar los valores que cumplen que $-3 < x \leq 4$ en la Recta Real.



$$(-3,4] \quad ó \quad]-3,4]$$

Intervalos Semirrectas y Entornos

$A = [-6,3]$

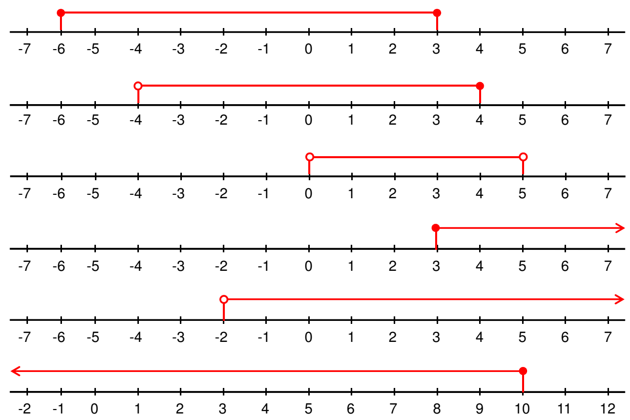
$B = (-4,4]$

$C = (0,5)$

$D = [3,+\infty)$

$E = (-2,+\infty)$

$F = (-\infty,10]$



Intervalos Semirrectas y Entornos

Escribe en forma de intervalo y representa los números que cumplen la desigualdad indicada en cada caso:

a) $0 < x < 1$ b) $x \le -3$ c) $x > 0$

d) $-5 \le x \le 5$ e) $-5 < x$ f) $1 \le x < 3$

a) $(0, 1)$

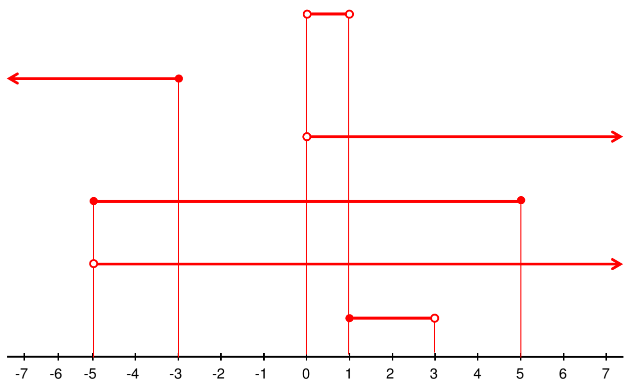
b) $(-\infty, -3]$

c) $(0, +\infty)$

d) $[-5, 5]$

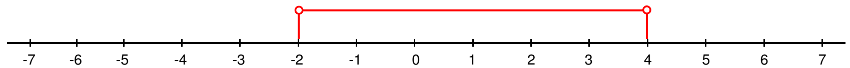
e) $(-5, +\infty)$

f) $[1, 3)$

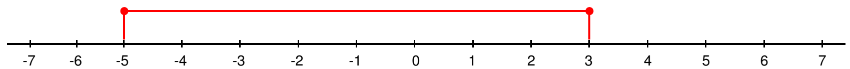


Intervalos Semirrectas y Entornos

Entornos



$$E(1,3) \to (-2,4) \to |x-1| < 3$$



$$E[-1,4] \to [-5,3] \to |x+1| \le 4$$

Expresión aproximada de un nº real

Aproxima $\sqrt{7} = 2{,}6457513...$

	Unidad	Décima	Centésima	Milésima
Defecto	2	2,6	2,64	2,645
Exceso	3	2,7	2,65	2,646
Redondeo	3	2,6	2,65	2,646

Errores. Cálculo con aproximaciones

Error absoluto

Es la diferencia entre el número y su aproximación en valor absoluto.

$$\mathrm{E_a} = |\text{Aproximación} - \text{número}|$$

$\sqrt{3} = 1{,}73205...$	Unidad	Décima	Centésima	Milésima
Aproximación	1	1,7	1,73	1,732
Error abs.	0,73205...	0,03205…	0,00205…	0,00005…

Errores. Cálculo con aproximaciones

Error relativo

Es el cociente entre el error absoluto y el.

$$E_r = \frac{E_a}{\text{Número}}$$

$\sqrt{3} = 1,73205...$	Unidad	Décima	Centésima	Milésima
Aproximación	1	1,7	1,73	1,732
Error abs.	0,73205...	0,03205…	0,00205…	0,00005…
Error relativo	0,42264…	0,01850…	0,00118…	0,000029…

Errores. Cálculo con aproximaciones

El número π =3,141592653… se ha expresado por las fracciones $\frac{22}{7}$ según Arquímedes y $\frac{355}{113}$ según Adrián Metius. Compara estos valores con el valor verdadero de π, y di cuál es el error absoluto y relativo.

$$\text{Arquímedes} \rightarrow \frac{22}{7} = 3,142857143...$$

$$E_a = |3,142857143 - 3,141592653| = \\ = 0,001264489$$

$$E_r = \frac{0,001264489}{3,141592653} = 0,000402499$$

$$\text{Metius} \rightarrow \frac{355}{113} = 3,141592920...$$

$$E_a = |3,141592920 - 3,141592653| = \\ = 0,000000266$$

$$E_r = \frac{0,000000266}{3,141592653} = 0,000000085$$

Potencias Exponente Entero

Una potencia de exponente negativo equivale a una potencia con el mismo exponente en positivo cuya base es el inverso de la base inicial o un cociente con la base en positivo en el denominador.

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$$

Las potencias de exponente entero cumplen las mismas propiedades que las potencias de exponente natural.

Ejemplo:

$$3^{-5} = \frac{1}{3^5} = \left(\frac{1}{3}\right)^5$$

PROPIEDADES DE LAS POTENCIAS

Potencia de un producto: $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$

Potencia de un cociente: $(a : b)^n = a^n : b^n$

Producto de potencias de la misma base: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

Cociente de potencias de la misma base: $a^m : a^n = a^{m-n}$

Potencia de una potencia: $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

Potencias Exponente Entero

Expresa como una única potencia:

a) $3^3 \cdot 3^{-2} \cdot 3 = 3^2$

b) $\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-3} = \left(\frac{2}{3}\right)^{-1} = \frac{3}{2}$

c) $3^5 \cdot 3^{-3} : 3^{-2} = 3^4$

d) $\left(\frac{1}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^0 : \left(\frac{1}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{1}{5}\right)^5$

e) $\left[\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}\right]^{-1} \cdot 2^{-2} = \left(\frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^3$

f) $(4^2)^2 \cdot 4^{-1} : 4 \cdot 4^3 = 4^5$

Potencias Exponente Entero

Simplificar:

$$\frac{3^3 \cdot 10^2}{6^4} = \frac{3^3 \cdot (2 \cdot 5)^2}{(2 \cdot 3)^4} = \frac{3^3 \cdot 2^2 \cdot 5^2}{2^4 \cdot 3^4} = \frac{5^2}{2^2 \cdot 3}$$

$$\frac{2^{-5} \cdot 4^2}{8^{-3}} = \frac{8^3 \cdot 4^2}{2^5} = \frac{(2^3)^3 \cdot (2^2)^2}{2^5} = \frac{2^9 \cdot 2^4}{2^5} = \frac{2^{13}}{2^5} = 2^8$$

Potencias Exponente Entero

Simplificar:

$$\frac{6^{-5} \cdot 15^2 \cdot 60^{-5}}{36^{-5} \cdot 75^{-3} \cdot 25^4} = \frac{15^2 \cdot 36^5 \cdot 75^3}{25^4 \cdot 6^5 \cdot 60^5} =$$

$$= \frac{(3 \cdot 5)^2 \cdot (2^2 \cdot 3^2)^5 \cdot (5^2 \cdot 3)^3}{(5^2)^4 \cdot (2 \cdot 3)^5 \cdot (2^2 \cdot 3 \cdot 5)^5} = \frac{3^2 \cdot 5^2 \cdot 2^{10} \cdot 3^{10} \cdot 5^6 \cdot 3^3}{5^8 \cdot 2^5 \cdot 3^5 \cdot 2^{10} \cdot 3^5 \cdot 5^5} =$$

$$= \frac{2^{10} \cdot 3^{15} \cdot 5^8}{2^{15} \cdot 3^{10} \cdot 5^{13}} = \frac{3^5}{2^5 \cdot 5^5}$$

Notación Científica

Un número escrito en notación científica consta del producto de:

- Un número decimal comprendido entre 1 y 10.
- Una potencia de base 10 y de exponente un número entero.

Ejemplo. Los radios aproximados del Sol y del átomo de hidrógeno son de 694 000 000 y de 0,000 000 000 053 metros, respectivamente. Expresa estas cantidades de forma más compacta.

Utilizando la notación científica el radio del Sol se escribe:

$6{,}94 \cdot 10^8$ metros

y el del átomo de hidrógeno se escribe:

$5{,}3 \cdot 10^{-11}$ metros.

Notación Científica

Expresa con todas las cifras:

a) $6,25 \cdot 10^8$ b) $2,7 \cdot 10^{-4}$ c) $3 \cdot 10^{-6}$
d) $5,18 \cdot 10^{14}$ e) $3,215 \cdot 10^{-9}$ f) $-4 \cdot 10^{-7}$

a) 625 000 000 b) 0,00027 c) 0,000003
d) 518 000 000 000 000 e) 0,000000003215 f) −0,0000004

Escribe en notación científica:

a) 4 230 000 000 b) 0,00000004
c) 84 300 d) −0,000572

a) $4,23 \cdot 10^9$ b) $4 \cdot 10^{-8}$ c) $8,43 \cdot 10^4$ d) $-5,72 \cdot 10^{-4}$

Notación Científica

$$\left(2'37 \cdot 10^7\right)\cdot\left(5'21 \cdot 10^8\right) = 2'37 \cdot 5'21 \cdot 10^{15} = 12'3477 \cdot 10^{15} = 1'23477 \cdot 10^{16}$$

$$\left(2'37 \cdot 10^{17}\right):\left(5'21 \cdot 10^8\right) = 2'37 : 5'21 \cdot 10^9 = 0'45489 \cdot 10^9 = 4'5489 \cdot 10^8$$

$$2'37 \cdot 10^7 + 5'21 \cdot 10^8 = 2'37 \cdot 10^7 + 52'1 \cdot 10^7 = \left(2'37 + 52'1\right)\cdot 10^7 =$$
$$= 54'47 \cdot 10^7 = 5'447 \cdot 10^8$$

Radicales

Se llama raíz de orden *n* de un número real *a* a cualquier otro número real *b* que, elevado a la potencia *n*, nos da como resultado *a*.

$$\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a$$

Un radical es la raíz indicada de un número: $\sqrt{8}, \sqrt{10}, \sqrt[3]{5}\ldots$

Propiedad fundamental de los radicales:

Si se multiplica o divide el índice de un radical y el exponente del radicando por un mismo número distinto de 0, se obtiene otro radical equivalente al primero, siempre que se tome el mismo signo para las raíces.

$$\sqrt{2} = \sqrt[4]{2^2} = \sqrt[6]{2^3} = \sqrt[12]{2^6} = \ldots = 1,4142\ldots$$

Dos radicales son equivalentes si representan al mismo número real.

Potencias de Exponente Fraccionario

Un radical se puede expresar como una potencia de base el radicando y de exponente una fracción:

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

Ejemplo: Investiga si son equivalentes los radicales $\sqrt{5}, \sqrt[6]{125}, \sqrt[4]{25}$.

$$\sqrt{5} = 5^{\frac{1}{2}}$$

$$\sqrt[6]{125} = \sqrt[6]{5^3} = 5^{\frac{3}{6}} = 5^{\frac{1}{2}}$$ Son equivalentes.

$$\sqrt[4]{25} = \sqrt[4]{5^2} = 5^{\frac{2}{4}} = 5^{\frac{1}{2}}$$

Potencias de Exponente Fraccionario

Expresa como potencia única:

a) $\sqrt{3}\cdot\sqrt[3]{3}$ b) $2\cdot\sqrt[3]{\frac{1}{4}}$ c) $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt[3]{4}}$

$$a)\ \sqrt{3}\cdot\sqrt[3]{3} = 3^{1/2}\cdot 3^{1/3} = 3^{5/6}$$

$$b)\ 2\cdot\sqrt[3]{\frac{1}{4}} = 2\cdot\sqrt[3]{\frac{1}{2^2}} = 2\cdot\frac{1}{2^{2/3}} = \frac{2}{2^{2/3}} = 2^{1/3}$$

$$c)\ \frac{\sqrt{8}}{\sqrt[3]{4}} = \frac{8^{1/2}}{4^{1/3}} = \frac{2^{3/2}}{2^{2/3}} = 2^{5/6}$$

Potencias de Exponente Fraccionario

Expresa como potencia única:

d) $\frac{\sqrt[3]{a^8}}{a^2}$ e) $\sqrt[3]{\frac{1}{a^2}}$ f) $a\cdot\sqrt{\frac{1}{a}}$

$$d)\ \frac{\sqrt[3]{a^8}}{a^2} = \frac{a^{8/3}}{a^2} = a^{2/3}$$

$$e)\ \sqrt[3]{\frac{1}{a^2}} = \frac{1}{a^{2/3}} = a^{-2/3}$$

$$f)\ a\cdot\sqrt{\frac{1}{a}} = a\cdot\frac{1}{a^{1/2}} = \frac{a^1}{a^{1/2}} = a^{1/2}$$

Propiedades de las raíces

Producto: $\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a\cdot b}$

$$\sqrt{2}\cdot\sqrt{3} = \sqrt{2\cdot 3} = \sqrt{6} \qquad \sqrt[3]{5}\cdot\sqrt[3]{6} = \sqrt[3]{5\cdot 6} = \sqrt[3]{30}$$

Cociente: $\sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a : b} \longrightarrow \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$

$$\sqrt{6} : \sqrt{3} = \sqrt{6:3} = \sqrt{2} \qquad \sqrt[3]{15} : \sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{15:5} = \sqrt[3]{3}$$

Propiedades de las raíces

Potencia: $\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}$

$$\left(\sqrt{2}\right)^3 = \sqrt{2^3} = \sqrt{8}$$

Raíz: $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n\cdot m]{a}$

$$\sqrt{\sqrt[3]{7}} = \sqrt[2\cdot 3]{7} = \sqrt[6]{7}$$

Propiedades de las raíces

Ejemplos:

1) Calcula y simplifica: $\sqrt{3}\cdot\sqrt[3]{4}:\sqrt[6]{2}$

$$\sqrt{3}\cdot\sqrt[3]{4}:\sqrt[6]{2}=\sqrt[6]{3^3}\cdot\sqrt[6]{4^2}:\sqrt[6]{2}=\sqrt[6]{3^3\cdot 2^4:2}=$$
$$=\sqrt[6]{3^3\cdot 2^3}=\sqrt{3\cdot 2}=\sqrt{6}$$

2) Extrae el máximo de factores posibles del radical $\sqrt[3]{5000}$

$$\sqrt[3]{5000}=\sqrt[3]{2^3\cdot 5^4}=\sqrt[3]{2^3}\cdot\sqrt[3]{5^3}\cdot\sqrt[3]{5}=2\cdot 5\cdot\sqrt[3]{5}=10\cdot\sqrt[3]{5}$$

Propiedades de las raíces

Simplifica los siguientes radicales

$$\sqrt[6]{5^3}=\sqrt{5}$$

$$\sqrt[15]{2^{12}}=\sqrt[5]{2^4}$$

$$\sqrt[10]{a^8}=\sqrt[5]{a^4}$$

Propiedades de las raíces

Simplifica los siguientes radicales

$$\sqrt[12]{a^4b^8}=\sqrt[3]{a\cdot b^2}$$

$$\sqrt[8]{\left(x^2\cdot y^2\right)^2}=\sqrt[4]{x^2\cdot y^2}=\sqrt{x\cdot y}$$

$$\sqrt[3]{\sqrt[4]{x^5\cdot x^7}}=\sqrt[12]{x^5\cdot x^7}=\sqrt[12]{x^{12}}$$

Operaciones con Radicales

Extrae factores de los siguientes radicales:

$$\sqrt[3]{16x^6}=\sqrt[3]{2^4x^6}=2x^2\cdot\sqrt[3]{2}$$

$$\left(\sqrt{\sqrt{2}}\right)^{10}=\sqrt[4]{2^{10}}=\sqrt{2^5}=2^2\cdot\sqrt{2}=4\sqrt{2}$$

$$\sqrt{\frac{28x^5}{75y^3}}=\sqrt{\frac{2^2\cdot 7x^5}{5^2\cdot 3y^3}}=\frac{2x^2}{5y}\cdot\sqrt{\frac{7x}{3y}}$$

Operaciones con Radicales

Introduce dentro de la raíz y simplifica:

$$2\cdot\sqrt[4]{\frac{5}{12}}=\sqrt[4]{2^4\cdot\frac{5}{12}}=\sqrt[4]{\frac{2^4\cdot 5}{2^2\cdot 3}}=\sqrt[4]{\frac{2^2\cdot 5}{3}}=\sqrt[4]{\frac{20}{3}}$$

$$\frac{1}{2}\cdot\sqrt{12}=\sqrt{\frac{1}{2^2}\cdot 12}=\sqrt{\frac{12}{2^2}}=\sqrt{\frac{2^2\cdot 3}{2^2}}=\sqrt{3}$$

$$\frac{2}{3}\cdot\sqrt[3]{\frac{9}{4}}=\sqrt[3]{\frac{2^3}{3^3}\cdot\frac{9}{4}}=\sqrt[3]{\frac{2^3}{3^3}\cdot\frac{3^2}{2^2}}=\sqrt[3]{\frac{2}{3}}$$

Radicales semejantes

Dos **radicales** se llaman **semejantes** si, una vez simplificados, se escriben como números con la misma parte radical.

Ejemplo: Opera y simplifica $\sqrt{8}+2\cdot\sqrt{18}$

$$\sqrt{8}+2\cdot\sqrt{18}=\sqrt{2^3}+2\cdot\sqrt{2\cdot 3^2}=$$

$$=2\cdot\sqrt{2}+2\cdot 3\cdot\sqrt{2}=2\cdot\sqrt{2}+6\cdot\sqrt{2}=$$

$$=(2+6)\cdot\sqrt{2}=8\cdot\sqrt{2}$$

Operaciones con Radicales

Suma:

$$\sqrt{3}+\frac{3\sqrt{3}}{4}-\frac{5\sqrt{3}}{3}=\sqrt{3}+\frac{3}{4}\sqrt{3}-\frac{5}{3}\sqrt{3}=$$

$$=\left(1+\frac{3}{4}-\frac{5}{3}\right)\sqrt{3}=\frac{\sqrt{3}}{12}$$

Operaciones con Radicales

Suma:

$$2\sqrt{8}+4\sqrt{72}-7\sqrt{18}=2\sqrt{2^3}+4\sqrt{3^2\cdot 2^3}-7\sqrt{2\cdot 3^2}=$$

$$=4\sqrt{2}+4\cdot 3\cdot 2\sqrt{2}-7\cdot 3\sqrt{2}=4\sqrt{2}+24\sqrt{2}-21\sqrt{2}=$$

$$=(4+24-21)\sqrt{2}=7\sqrt{2}$$

Operaciones con Radicales

Suma:

c) $3\sqrt{2} + 4\sqrt{8} - \sqrt{32} + \sqrt{50}$ d) $5\sqrt{12} + \sqrt{27} - 8\sqrt{75} + \sqrt{48}$

c) $3\sqrt{2} + 4\sqrt{8} - \sqrt{32} + \sqrt{50} = 3\sqrt{2} + 8\sqrt{2} - 4\sqrt{2} + 5\sqrt{2} =$
$= (3 + 8 - 4 + 5)\sqrt{2} = 12\sqrt{2}$

d) $5\sqrt{12} + \sqrt{27} - 8\sqrt{75} + \sqrt{48} = 10\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 40\sqrt{3} + 4\sqrt{3} =$
$= (10 + 3 - 40 + 4)\sqrt{3} = -23\sqrt{3}$

Racionalización

Racionalizar una expresión fraccionaria con radicales es encontrar otra expresión equivalente que no contenga raíces en el denominador.

Racionaliza los siguientes denominadores:

a) $\dfrac{5}{2\sqrt{5}}$ b) $\dfrac{5}{2\sqrt[4]{5}}$ c) $\dfrac{5}{2\sqrt{5} + 1}$

$$a)\ \frac{5}{2\sqrt{5}} = \frac{5\sqrt{5}}{2\sqrt{5}\sqrt{5}} = \frac{5\sqrt{5}}{10} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

Racionalización

Racionalizar una expresión fraccionaria con radicales es encontrar otra expresión equivalente que no contenga raíces en el denominador.

Racionaliza los siguientes denominadores:

a) $\dfrac{5}{2\sqrt{5}}$ b) $\dfrac{5}{2\sqrt[4]{5}}$ c) $\dfrac{5}{2\sqrt{5} + 1}$

$$b)\ \frac{5}{2\sqrt[4]{5}} = \frac{5 \cdot \sqrt[4]{5^3}}{2\sqrt[4]{5} \cdot \sqrt[4]{5^3}} = \frac{5 \cdot \sqrt[4]{5^3}}{2 \cdot 5} = \frac{\sqrt[4]{5^3}}{2}$$

Racionalización

Racionalizar una expresión fraccionaria con radicales es encontrar otra expresión equivalente que no contenga raíces en el denominador.

Racionaliza los siguientes denominadores:

a) $\dfrac{5}{2\sqrt{5}}$ b) $\dfrac{5}{2\sqrt[4]{5}}$ c) $\dfrac{5}{2\sqrt{5} + 1}$

$$c)\ \frac{5}{2\sqrt{5} + 1} = \frac{5(2\sqrt{5} - 1)}{(2\sqrt{5} + 1)(2\sqrt{5} - 1)} =$$

$$= \frac{10\sqrt{5} - 5}{(2\sqrt{5})^2 - 1^2} = \frac{10\sqrt{5} - 5}{4 \cdot 5 - 1} = \frac{10\sqrt{5} - 5}{19}$$

Logaritmos

Si a es un número real positivo y distinto de 1, el **logaritmo** en base a de un número N es el exponente al que hay que elevar la base para obtener dicho número.

$$\log_a N = b \Leftrightarrow a^b = N$$

Ejemplo:

$$\log_2 8 = 3 \Leftrightarrow 2^3 = 8$$

Logaritmos

$$\log_5 25 = 2 \quad porque \quad 5^2 = 25$$

$$\log_{10} 10\ 000 = 4 \quad porque \quad 10^4 = 10\ 000$$

$$\log_{10} 0,0001 = -4 \quad porque \quad 10^{-4} = 0,0001$$

$$\log_2 \frac{1}{8} = -3 \quad porque \quad 2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$$

$$\log_5 \frac{1}{25} = -2 \quad porque \quad 5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}$$

Logaritmos

Aplicando la definición de logaritmo, calcula x en cada caso:

$$x = \log_{\frac{1}{2}} 8 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^x = 8 \Leftrightarrow \left(2^{-1}\right)^x = 2^3 \Leftrightarrow 2^{-x} = 2^3 \rightarrow x = -3$$

$$4 = \log_x 16 \Leftrightarrow x^4 = 16 \Leftrightarrow x^4 = 2^4 \rightarrow x = 2$$

$$\log_3 x = -2 \Leftrightarrow 3^{-2} = x \rightarrow x = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$$

Propiedades de los logaritmos

Logaritmo de un producto: $\boxed{\log_a (P \cdot Q) = \log_a P + \log_a Q}$

$$\log_2 (3 \cdot 5) = \log_2 3 + \log_2 5$$

Logaritmo de un cociente: $\boxed{\log_a \left(\frac{P}{Q}\right) = \log_a P - \log_a Q}$

$$\log_2 \left(\frac{3}{5}\right) = \log_2 3 - \log_2 5$$

Propiedades de los logaritmos

Logaritmo de una potencia: $\boxed{\log_a P^n = n \cdot \log_a P}$

$$\log_2 5^3 = 3 \cdot \log_2 5$$

Cambio de base: $\boxed{\log_a P = \dfrac{\log_b P}{\log_b a}}$

$$\log_2 5 = \frac{\log 5}{\log 2}$$

Propiedades de los logaritmos

Calcula usando la calculadora:

$$\log_3 5 = \frac{\log 5}{\log 3} = \frac{0,69897}{0,4771212} = 1,46497\ldots$$

$$\log_5 7 = \frac{\log 7}{\log 5} = 1,20906\ldots$$

$$\log_7 13 = \frac{\log 13}{\log 7} = 1,31812\ldots$$

Propiedades de los logaritmos

Convierte la expresión algebraica tomando logaritmos. $A = \dfrac{x^2 y}{z^3}$

$$\log A = \log \frac{x^2 y}{z^3}$$

$$\log A = \log\left(x^2 y\right) - \log z^3$$

$$\log A = \log x^2 + \log y - \log z^3$$

$$\log A = 2\log x + \log y - 3\log z$$

Propiedades de los logaritmos

Elimina los logaritmos de $\log B = 2\log x + 7\log y - 5\log z$

$$\log B = \log x^2 + \log y^7 - \log z^5$$

$$\log B = \log\left(x^2 y^7\right) - \log z^5$$

$$\log B = \log\left(\frac{x^2 y^7}{z^5}\right)$$

$$B = \frac{x^2 y^7}{z^5}$$

Propiedades de los logaritmos

Sabiendo que log 2 ≈ 0,301 y que log 3 ≈0,477, hallar:

$$\log_3 8 = \frac{\log 8}{\log 3} = \frac{\log 2^3}{\log 3} = \frac{3 \cdot \log 2}{\log 3} = \frac{3 \cdot 0,301}{0,477} \approx 1,893$$

Propiedades de los logaritmos

Sabiendo que log 2 ≈ 0,301 y que log 3 ≈ 0,477, hallar:

$$\log \sqrt{0,012} = \log \sqrt{\frac{12}{1000}} = \log \left(\frac{12}{1000}\right)^{\frac{1}{2}} =$$

$$= \frac{1}{2} \log \frac{12}{1000} = \frac{1}{2} (\log 12 - \log 1000) =$$

$$= \frac{1}{2} \left(\log\left(2^2 \cdot 3\right) - 3\right) = \frac{1}{2} (2 \log 2 + \log 3 - 3) \approx -0,9605$$

Propiedades de los logaritmos

Toma logaritmos en la expresión $A = \left(x^x\right)^x$

$$\log A = \log\left[\left(x^x\right)^x\right] = x \cdot \log\left(x^x\right) =$$

$$= x \cdot x \cdot \log x = x^2 \cdot \log x$$

$$\boxed{\log A = x^2 \cdot \log x}$$