

PROBABILIDAD

3º E.S.O.

EXPERIMENTOS ALEATORIOS

Un **experimento aleatorio** es aquel cuyo resultado depende del azar y no se puede predecir con anterioridad.

Lanzar un dado y mirar la cara superior

Se llama **espacio muestral** al conjunto de todos los posibles resultados de un experimento aleatorio. Se representa con Ω .

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Se llama **suceso** al cualquier subconjunto de Ω .

$$A = \{\text{salga par}\} = \{2, 4, 6\}$$

$$B = \{\text{salga primo}\} = \{1, 2, 3, 5\}$$

EXPERIMENTOS ALEATORIOS

Se llama **suceso elemental** al formado por un solo resultado.

Se llama **suceso compuesto** al formado por más de un resultado.

Se llama **suceso seguro** al conjunto de Ω .

Se llama **suceso imposible** al conjunto vacío \emptyset .

Se llama **suceso contrario** al que sucede cuando no se cumple A. \bar{A}

Ejemplo: Se lanza un dado:

Sucesos: $\{1, 3\}$, $\{2, 5, 6\}$, $\{1, 4, 5, 6\}$, ...

Sucesos elementales: $\{1\}$, $\{2\}$, $\{3\}$, $\{4\}$, $\{5\}$, $\{6\}$

Suceso seguro: $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Suceso imposible: $\{ \}$, $\{\text{salga negativo}\}$, $\{\text{salga 15}\}$

OPERACIONES CON SUCESOS

Unión de sucesos: $A \cup B$

$$A = \{2, 5, 6\}, B = \{1, 4, 5, 6\} \quad A \cup B = \{1, 2, 4, 5, 6\}$$

Intersección de sucesos: $A \cap B$

$$A = \{2, 5, 6\}, B = \{1, 4, 5, 6\} \quad A \cap B = \{5, 6\}$$

Sucesos incompatibles: $A \cap B = \emptyset$

$$A = \{1, 2, 6\}, B = \{3, 5\} \quad A \cap B = \emptyset$$

OPERACIONES CON SUCESOS

Ejemplo:

$$\Omega = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i\}$$

$$A = \{b, c, d, f, g, h\} \quad B = \{a, b, c, d\} \quad C = \{a, b\}$$

Hallar:

$$A \cup B = \{a, b, c, d, f, g, h\} \quad \overline{A \cup B} = \{a, e, f, g, h, i\}$$

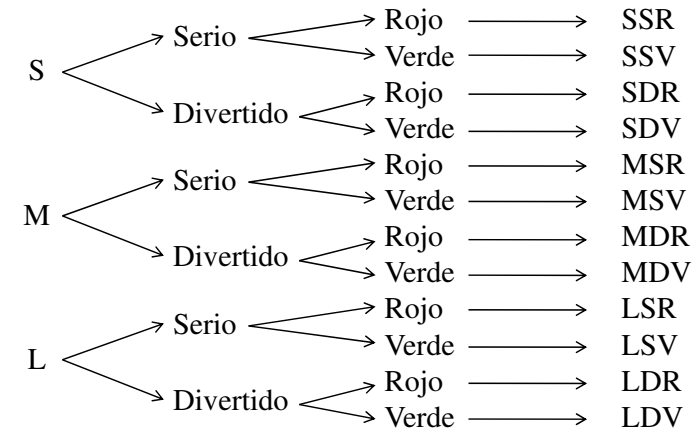
$$A \cap B = \{b, c, d\} \quad \overline{A \cap B} = \{e, i\}$$

$$\overline{A \cup B} = \{e, i\} \quad B \cup C = \{a, b, c, d\} = B$$

$$\overline{A \cap B} = \{a, e, f, g, h, i\} \quad B \cap C = \{a, b\} = C$$

TÉCNICAS DE RECuento. DIAGRAMA DE ÁRBOL

Ejemplo: Unos alumnos quieren vender camisetas para recaudar fondos. Hay de tres tamaños: S, M y L. Están serigrafiadas con dos motivos: Serio y divertido. Hay dos colores para elegir: Rojo y verde. ¿Qué modelos hay?



Tipos diferentes:
 $3 \cdot 2 \cdot 2 = 12$

LEY DE LAPLACE

Si $\Omega = \{x_1, x_2, \dots, x_k\}$ y $P[x_1] = P[x_2] = \dots = P[x_k]$ entonces:

$$P[S] = \frac{\text{número de elementos de S}}{n} = \frac{\text{número de "casos favorables" a S}}{\text{número de "casos posibles"}}$$

Ejemplo: En una baraja española de 40 cartas se extrae una carta. Hallar:

- Probabilidad de que salga un as.
- Probabilidad de que la carta sea de oros.

$$a) P[\{\text{as}\}] = \frac{4}{40} = \frac{1}{10} = 0,1$$

$$b) P[\{\text{oros}\}] = \frac{10}{40} = \frac{1}{4} = 0,25$$

LEY DE LAPLACE

Ejemplo: En una bolsa hay 7 bolas rojas, 15 bolas negras, 4 bolas amarillas y 12 verdes, todas del mismo tamaño. Una persona extrae una bola al azar. Calcula las siguientes probabilidades:

- Probabilidad de que la bola sea roja.
- Probabilidad de que la bola sea negra.
- Probabilidad de que la bola sea amarilla.
- Probabilidad de que la bola sea verde.

$$a) P[\{\text{bola roja}\}] = \frac{7}{38}$$

$$c) P[\{\text{bola amarilla}\}] = \frac{4}{38} = \frac{2}{19}$$

$$b) P[\{\text{bola negra}\}] = \frac{15}{38}$$

$$d) P[\{\text{bola verde}\}] = \frac{12}{38} = \frac{6}{19}$$

PROPIEDADES DE LA PROBABILIDAD

1) Para cualquier suceso S, $0 \leq P[S] \leq 1$

2) $P[\emptyset] = 0$ $P[\Omega] = 1$

3) $P[\overline{A}] = 1 - P[A]$

4) $P[A \cup B] = P[A] + P[B] - P[A \cap B]$

CÁLCULO DE PROBABILIDADES

Ejemplo: En una baraja de cartas española de 40 cartas se extrae una carta. Hallar:

- a) Probabilidad de que salga de bastos.
- b) Probabilidad de que sea una figura.
- c) Probabilidad de que no sea figura o sea de oros.

a) $P[B] = \frac{10}{40} = \frac{1}{4} = 0,25$

b) $P[F] = \frac{12}{40} = \frac{3}{10} = 0,3$

c) $P[\overline{F} \cup O] = P[\overline{F}] + P[O] - P[\overline{F} \cap O] = \frac{28}{40} + \frac{10}{40} - \frac{7}{40} = \frac{31}{40} = 0,775$

CÁLCULO DE PROBABILIDADES

Ejemplo: En una urna hay 5 bolas negras, 8 bolas azules y 7 rojas. Se extrae una bola de la urna.

- a) Probabilidad de que salga roja.
- b) Probabilidad de que sea azul o negra.
- c) Probabilidad de que no sea azul.
- d) Probabilidad de que no sea roja o sea negra.

a) $P[R] = \frac{7}{20}$ $P[N] = \frac{5}{20}$ $P[A] = \frac{8}{20}$ $P[R] = \frac{7}{20}$

b) $P[A \cup N] = P[A] + P[N] - P[A \cap N] = \frac{8}{20} + \frac{5}{20} - 0 = \frac{13}{20}$

c) $P[\overline{A}] = 1 - P[A] = 1 - \frac{8}{20} = \frac{12}{20}$

d) $P[\overline{R} \cup N] = P[\overline{R}] + P[N] - P[\overline{R} \cap N] = \frac{13}{20} + \frac{5}{20} - \frac{5}{20} = \frac{13}{20}$

PROBABILIDAD EN EXPERIMENTOS COMPUESTOS

Ejemplo: En una urna hay 7 bolas rojas, 8 bolas verdes y 10 bolas negras. Se extraen dos bolas de la urna. Hallar:

- a) Probabilidad de que sean las dos rojas.
- b) Probabilidad de que una sea una roja y otra verde.

Casos posibles: $\underbrace{25}_{1^{\text{a}} \text{ bola}} \cdot \underbrace{24}_{2^{\text{a}} \text{ bola}} \rightarrow 600$

a) $\underbrace{7}_{1^{\text{a}} \text{ roja}} \cdot \underbrace{6}_{2^{\text{a}} \text{ roja}} \rightarrow 42$ $P[\text{dos rojas}] = \frac{42}{600} = 0,07$

b) $\left. \begin{array}{l} \underbrace{7}_{1^{\text{a}} \text{ roja}} \cdot \underbrace{8}_{2^{\text{a}} \text{ verde}} \rightarrow 56 \\ \underbrace{8}_{1^{\text{a}} \text{ verde}} \cdot \underbrace{7}_{2^{\text{a}} \text{ roja}} \rightarrow 56 \end{array} \right\} \rightarrow P[\text{una sea roja y otra verde}] = \frac{112}{600} \approx 0,187$

PROBABILIDAD EN EXPERIMENTOS COMPUESTOS

Ejemplo: En una urna hay 7 bolas rojas, 8 bolas verdes y 10 bolas negras. Se extraen dos bolas de la urna. Hallar:

c) Probabilidad de que sean de distinto color.

d) Probabilidad de que haya una verde.

$$\text{Casos posibles: } \underbrace{25}_{1^{\text{a}} \text{ bola}} \cdot \underbrace{24}_{2^{\text{a}} \text{ bola}} \rightarrow 600$$

$$\left. \begin{array}{l} \underbrace{7}_{1^{\text{a}} \text{ roja}} \cdot \underbrace{6}_{2^{\text{a}} \text{ roja}} \rightarrow 42 \\ \underbrace{8}_{1^{\text{a}} \text{ verde}} \cdot \underbrace{7}_{2^{\text{a}} \text{ verde}} \rightarrow 56 \\ \underbrace{10}_{1^{\text{a}} \text{ negra}} \cdot \underbrace{9}_{2^{\text{a}} \text{ negra}} \rightarrow 90 \end{array} \right\} \rightarrow P[\text{sean de distinto color}] = 1 - \frac{188}{600} \approx 0,687$$

$$\left. \begin{array}{l} \underbrace{8}_{1^{\text{a}} \text{ verde}} \cdot \underbrace{17}_{2^{\text{a}} \text{ no verde}} \rightarrow 136 \\ \underbrace{17}_{1^{\text{a}} \text{ no verde}} \cdot \underbrace{8}_{2^{\text{a}} \text{ verde}} \rightarrow 136 \\ \underbrace{8}_{1^{\text{a}} \text{ verde}} \cdot \underbrace{7}_{2^{\text{a}} \text{ verde}} \rightarrow 56 \end{array} \right\} \rightarrow P[\text{haya una verde}] = \frac{328}{600} \approx 0,547$$

PROBABILIDAD EN EXPERIMENTOS COMPUESTOS

Ejemplo: En una baraja de cartas española de 40 cartas se extraen dos cartas. Hallar:

a) Probabilidad de que sean las dos de bastos.

b) Probabilidad de que una sea de oros y la otra de copas.

c) Probabilidad de que no haya ninguna figura.

$$\text{Casos posibles: } \underbrace{40}_{1^{\text{a}} \text{ carta}} \cdot \underbrace{39}_{2^{\text{a}} \text{ carta}} \rightarrow 1560$$

$$\text{a) } \underbrace{10}_{1^{\text{a}} \text{ bastos}} \cdot \underbrace{9}_{2^{\text{a}} \text{ bastos}} \rightarrow 90 \quad P[\text{dos de bastos}] = \frac{90}{1560}$$

$$\left. \begin{array}{l} \underbrace{10}_{1^{\text{a}} \text{ oros}} \cdot \underbrace{10}_{2^{\text{a}} \text{ copas}} \rightarrow 100 \\ \underbrace{10}_{1^{\text{a}} \text{ copas}} \cdot \underbrace{10}_{2^{\text{a}} \text{ oros}} \rightarrow 100 \end{array} \right\} \rightarrow P[\text{una sea de oros y otra de copas}] = \frac{200}{1560} = 0,1282$$

$$\text{c) } \underbrace{28}_{1^{\text{a}} \text{ no fig}} \cdot \underbrace{27}_{2^{\text{a}} \text{ no fig}} \rightarrow 756 \quad P[\text{no haya figura}] = \frac{756}{1560} = 0,4846$$

PROBABILIDAD EN EXPERIMENTOS COMPUESTOS

Se lanzan dos dados y se miran las caras superiores. Hallar la probabilidad de:

a) Halla dos números pares

b) Halla uno impar y otro par

c) Sumen 7.

d) Su producto sea menor que 8.

$$\text{Casos posibles: } \underbrace{6}_{\text{Dado1}} \cdot \underbrace{6}_{\text{Dado2}} \rightarrow 36$$

$$\text{a) } \underbrace{3}_{1^{\text{a}} \text{ par}} \cdot \underbrace{3}_{2^{\text{a}} \text{ par}} \rightarrow 9 \quad P[\text{dos pares}] = \frac{9}{36} = 0,25$$

$$\left. \begin{array}{l} \underbrace{3}_{1^{\text{a}} \text{ par}} \cdot \underbrace{3}_{2^{\text{a}} \text{ impar}} \rightarrow 9 \\ \underbrace{3}_{1^{\text{a}} \text{ impar}} \cdot \underbrace{3}_{2^{\text{a}} \text{ par}} \rightarrow 9 \end{array} \right\} \rightarrow P[\text{uno sea par y otro impar}] = \frac{18}{36} = 0,5$$

PROBABILIDAD EN EXPERIMENTOS COMPUESTOS

Se lanzan dos dados y se miran las caras superiores. Hallar la probabilidad de:

a) Halla dos números pares

b) Halla uno impar y otro par

c) Sumen 7.

d) Su producto sea menor que 8.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|----|----|----|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |

$$\text{Casos posibles: } 6 \cdot 6 = 36$$

$$\text{c) } P[\text{sumen 7}] = \frac{6}{36} \approx 0,167$$

PROBABILIDAD EN EXPERIMENTOS COMPUESTOS

Se lanzan dos dados y se miran las caras superiores. Hallar la probabilidad de:

- Halla dos números pares
- Halla uno impar y otro par
- Sumen 7.
- Su producto sea menor que 8.

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|----|----|----|----|----|
| 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 2 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 |
| 3 | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 |
| 4 | 4 | 8 | 12 | 16 | 20 | 24 |
| 5 | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 |
| 6 | 6 | 12 | 18 | 24 | 30 | 36 |

Casos posibles : $6 \cdot 6 = 36$

$$d) P[\text{Producto menor que } 8] = \frac{14}{36} \approx 0,389$$