

Unidad 2 Potencias y raíces cuadradas

1. Potencias de base racional: La paradoja de Zenón.

En el siglo V antes de Cristo, un filósofo griego, Zenón de Elea, quiso demostrar que el movimiento no existe, y para ello razonó de la siguiente manera: "Si quiero ir de A a B, primero debo recorrer la mitad de la distancia AB. Después, la mitad de lo que queda; después, la mitad del resto..., y así sucesivamente. El proceso ha de repetirse infinitas veces y, por tanto, el tiempo que se requiere es infinito. En conclusión, nunca llegaré a B".

Supongamos que queremos recorrer una distancia de 1 km.

a) ¿Qué distancia recorreremos en cada paso siguiendo el proceso descrito por Zenón? Expresa el resultado con un número racional. Calcula la distancia recorrida en los 5 primeros pasos.

b) ¿A qué valor se acerca $\left(\frac{1}{2}\right)^n$ si tomamos valores muy grandes de n ?

2. Expresa como cociente de dos potencias:

a) $\left(\left(\frac{-2}{7}\right)^3\right)^2 \cdot \left(\frac{-2}{7}\right)^3$

b) $\left(\frac{1}{9}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^2 \cdot \left(\left(\frac{1}{9}\right)^5\right)^2$

3. Escribe el resultado lo más simplificado posible.

a) $\frac{2 \cdot (-2)^2 \cdot 8 \cdot (2^2)^3}{4 \cdot 2^4 \cdot 16 \cdot 2^3}$

b) $\frac{5^{n+1} \cdot 5^{n+3}}{81^{n-1}} : \frac{25^n}{3^{2n-3} \cdot 9^{n+1}}$

4. Si elevamos 100 a la 100ª potencia y dividimos el resultado entre 11, ¿cuál es el resto?

5. a) ¿A qué valor se acerca 3^n si n es grande?

b) ¿A qué valor se acerca $\left(\frac{1}{3}\right)^n$ si n es grande?

c) ¿A qué valor se acerca $\left(-\frac{1}{3}\right)^n$ si n es grande?

6. Tenemos una potencia de 3 de tres cifras y una potencia de 5 también de tres cifras. Si la cifra de las decenas de la potencia de 5 coincide con la cifra de las decenas de la potencia de 3, ¿de qué potencia de 3 estamos hablando?

7. Simplifica las siguientes expresiones.

a) $\frac{\sqrt{7} \cdot 3\sqrt{7}}{3 \cdot 7}$

b) $\frac{5\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{4 \cdot 10}$

8. Calcula las siguientes operaciones.

a) $\sqrt{\frac{4}{625}}$

b) $\frac{8\sqrt{25}}{4\sqrt{625}}$

c) $\frac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}}$