

ECUACIONES

2º E.S.O.

ECUACIONES. SIGNIFICADO Y UTILIDAD

Una ecuación expresa, en lenguaje algebraico, una relación entre cantidades cuyo valor, de momento, se desconoce.

Ejemplo:

La mitad de un número es igual a su quinta parte más seis unidades

$$\left. \begin{array}{l} \text{Un número} \rightarrow x \\ \text{Su mitad} \rightarrow \frac{x}{2} \\ \text{Su quinta parte} \rightarrow \frac{x}{5} \end{array} \right\} \rightarrow \text{Ecuación} \rightarrow \frac{x}{2} = \frac{x}{5} + 6$$

ECUACIONES. SIGNIFICADO Y UTILIDAD

Una ecuación expresa, en lenguaje algebraico, una relación entre cantidades cuyo valor, de momento, se desconoce.

Ejemplo:

La edad de Laura coincide con la quinta parte de la que tendrá dentro de 28 años

$$\left. \begin{array}{l} \text{Edad de Laura} \rightarrow x \\ \text{Edad dentro de 28 años} \rightarrow x + 28 \end{array} \right\} \rightarrow \text{Ecuación} \rightarrow x = \frac{x + 28}{5}$$

ECUACIONES. SIGNIFICADO Y UTILIDAD

Una ecuación expresa, en lenguaje algebraico, una relación entre cantidades cuyo valor, de momento, se desconoce.

Ejemplo:

Una habitación rectangular es tres metros más larga que ancha, y su superficie es de 28 m²

$$\left. \begin{array}{l} \text{Ancho} \rightarrow x \\ \text{Largo} \rightarrow x + 3 \end{array} \right\} \rightarrow \text{Ecuación} \rightarrow x \cdot (x + 3) = 28$$

RESOLVER ECUACIONES

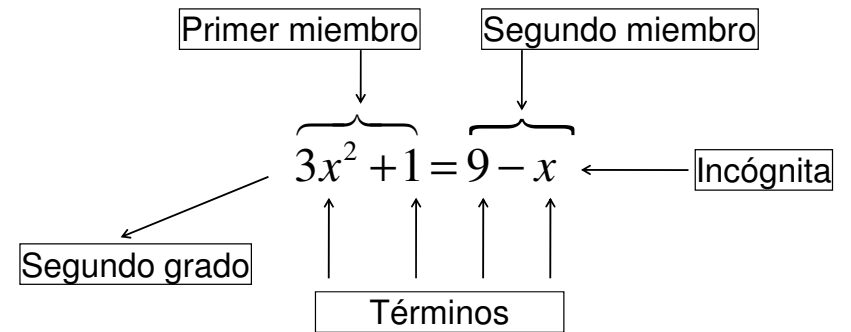
Resolver una ecuación es encontrar el valor, o los valores, que deben tomar las incógnitas para que la igualdad sea cierta.

Ejemplos:

$$3x = 24 \longrightarrow x = 8$$

$$5x - 20 = 0 \longrightarrow x = 4$$

ECUACIONES. ELEMENTOS Y NOMENCLATURA



ECUACIONES

Dos ecuaciones son equivalentes cuando tienen las mismas incógnitas y las mismas soluciones.

$$\left. \begin{array}{l} 3x + 1 = 9 - x \\ 4x + 1 = 9 \\ 4x = 8 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Son equivalentes.} \\ \text{Las tres tienen como solución } x = 2 \end{array}$$

TRANSPOSICIÓN DE TÉRMINOS

Primer caso: $x + a = b$

Lo que está sumando en un miembro pasa restando al otro miembro.

$$x + 3 = 4$$

$$x = 4 - 3$$

Segundo caso: $x - a = b$

Lo que está restando en un miembro pasa sumando al otro miembro.

$$x - 2 = 3$$

$$x = 3 + 2$$

TRANSPOSICIÓN DE TÉRMINOS

Tercer caso: $a \cdot x = b$

Lo que está multiplicando en un miembro pasa dividiendo al otro.

$$2x = 6$$

$$x = \frac{6}{2}$$

Cuarto caso: $\frac{x}{a} = b$

Lo que está dividiendo en un miembro pasa multiplicando al otro.

$$\frac{x}{3} = 4$$

$$x = 4 \cdot 3$$

RESOLUCIÓN DE ECUACIONES SENCILLAS

$$2x - 5 = 3$$

$$2x = 3 + 5$$

$$2x = 8$$

$$x = \frac{8}{2}$$

$$x = 4$$

RESOLUCIÓN DE ECUACIONES SENCILLAS

$$2x - 1 - 5x = 2 + 3x + 1$$

$$2x - 5x - 3x = 2 + 1 + 1$$

$$-6x = 4$$

$$x = \frac{4}{-6}$$

$$x = -\frac{2}{3}$$

RESOLUCIÓN DE ECUACIONES. PARÉNTESIS

$$5x - 2(2x - 2) = 8 - (3 + 2x)$$

$$5x - 4x + 4 = 8 - 3 - 2x$$

$$5x - 4x + 2x = 8 - 3 - 4$$

$$3x = 1$$

$$x = \frac{1}{3}$$

RESOLUCIÓN DE ECUACIONES. DENOMINADORES.

$$\begin{aligned}\frac{5x}{6} - 1 &= \frac{x}{3} - \frac{3}{4} \\ \frac{10x}{12} - \frac{12}{12} &= \frac{4x}{12} - \frac{9}{12} \\ 10x - 12 &= 4x - 9 \\ 10x - 4x &= -9 + 12 \\ 6x &= 3 \\ x &= \frac{3}{6} = \frac{1}{2}\end{aligned}$$

RESOLUCIÓN DE ECUACIONES. MÉTODO GENERAL.

$$\begin{aligned}\frac{x}{2} - 3\left(1 - \frac{x}{4}\right) &= \frac{x}{8} - 2 \\ \frac{x}{2} - 3 + \frac{3x}{4} &= \frac{x}{8} - 2 \\ \frac{4x}{8} - \frac{24}{8} + \frac{6x}{8} &= \frac{x}{8} - \frac{16}{8} \\ 4x - 24 + 6x &= x - 16 \\ 4x + 6x - x &= -16 + 24 \\ 9x &= 8 \\ x &= \frac{8}{9}\end{aligned}$$

PROBLEMAS CON ECUACIONES

Al sumar la tercera parte de un número con su mitad, se obtiene 20. ¿De qué número se trata?

$$\begin{cases} \text{Número} \rightarrow x \\ \text{Tercera parte} \rightarrow \frac{x}{3} \\ \text{Mitad} \rightarrow \frac{x}{2} \end{cases}$$

1°

$$\frac{x}{3} + \frac{x}{2} = 20$$

2°

$$\begin{aligned}\frac{2x}{6} + \frac{3x}{6} &= \frac{120}{6} \\ 2x + 3x &= 120 \\ 5x &= 120 \\ x &= \frac{120}{5} = 24\end{aligned}$$

3°

Solución: El número es 24

4°

PROBLEMAS CON ECUACIONES

La pandilla ha entrado a merendar. Un bocadillo cuesta un euro más que un sándwich. Por tres sándwich y dos bocadillos, pagan 11 euros. ¿Cuánto cuesta un sándwich? ¿Y un bocadillo?

$$\begin{cases} \text{Coste un sándwich} \rightarrow x \\ \text{Coste un bocadillo} \rightarrow x+1 \end{cases}$$

1°

$$3 \cdot x + 2 \cdot (x+1) = 11$$

2°

$$\begin{aligned}3x + 2(x+1) &= 11 \\ 3x + 2x + 2 &= 11 \\ 3x + 2x &= 11 - 2 \\ 5x &= 9 \\ x &= \frac{9}{5} = 1,80\end{aligned}$$

3°

Solución: Un sándwich cuesta 1,80€
Y un bocadillo cuesta 2,80€

4°

PROBLEMAS CON ECUACIONES

La base de un rectángulo es 8 cm más larga que la altura, y el perímetro mide 56. ¿Cuáles son las dimensiones del rectángulo?

1°

$$\begin{cases} \text{Lado menor} \rightarrow x \\ \text{Lado mayor} \rightarrow x+8 \\ \text{Perímetro} \rightarrow 56 \text{ cm} \end{cases}$$

2°

$$x + (x+8) + x + (x+8) = 56$$

$$\begin{aligned} x + (x+8) + x + (x+8) &= 56 \\ x + x + 8 + x + x + 8 &= 56 \\ 4x + 16 &= 56 \\ 4x &= 40 \\ x &= 10 \end{aligned}$$

3°

4°

Solución: Las dimensiones son 8 cm el lado menor y 18 cm el lado mayor.

PROBLEMAS CON ECUACIONES

Un comerciante ha mezclado café de 10€/kg con otra clase de café, de calidad superior, de 15€/kg. De esta forma, ha obtenido 100kg de una mezcla, de calidad intermedia, que sale a 12€/kg. ¿Qué cantidad de cada clase ha empleado?

1°

	Peso	Precio	Valor
Inferior	x	10	$10 \cdot x$
Superior	$100 - x$	15	$15 \cdot (100 - x)$
Mezcla	100	12	$12 \cdot 100$

2°

$$10x + 15(100 - x) = 12 \cdot 100$$

$$\begin{aligned} 10x + 15(100 - x) &= 12 \cdot 100 \\ 10x + 1500 - 15x &= 1200 \\ 10x - 15x &= 1200 - 1500 \\ -5x &= -300 \\ x &= \frac{-300}{-5} = 60 \end{aligned}$$

3°

4°

Solución: Se han empleado 60 kg del café inferior y 40 kg del café superior.

ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

Son del tipo $ax^2 + bx + c = 0$ con $a \neq 0$

Sus soluciones se obtienen aplicando la siguiente fórmula:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Ejemplo: Resuelve la ecuación de 2° grado $x^2 - 5x + 6 = 0$ $\begin{cases} a = 1 \\ b = -5 \\ c = 6 \end{cases}$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6}}{2 \cdot 1} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2} = \begin{cases} \frac{5+1}{2} = \frac{6}{2} = 3 \\ \frac{5-1}{2} = \frac{4}{2} = 2 \end{cases}$$

Sus soluciones son: $x = 2$ y $x = 3$

ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

Son del tipo $ax^2 + bx + c = 0$ con $a \neq 0$

Sus soluciones se obtienen aplicando la siguiente fórmula:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Ejemplo: Resuelve la ecuación de 2° grado $4x^2 + 5x - 6 = 0$ $\begin{cases} a = 4 \\ b = 5 \\ c = -6 \end{cases}$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-6)}}{2 \cdot 4} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 96}}{8} = \frac{-5 \pm \sqrt{121}}{8} = \frac{-5 \pm 11}{8} = \begin{cases} \frac{-5+11}{8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} \\ \frac{-5-11}{8} = \frac{-16}{8} = -2 \end{cases}$$

Sus soluciones son: $x = \frac{3}{4}$ y $x = -2$

ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

Son del tipo $ax^2 + bx + c = 0$ con $a \neq 0$

Cuando $b = 0$ ó $c = 0$, la ecuación se llama **incompleta** y se puede resolver de forma sencilla sin necesidad de aplicar la fórmula anterior.

- $ax^2 + c = 0 \rightarrow$ se despeja x^2 .

Ejemplo: Resuelve la ecuación de 2º grado:

$$3x^2 - 1728 = 0$$

Las soluciones de la ecuación de 2º grado son:

$$x = 24 \quad y \quad x = -24$$

$$\begin{aligned} 3x^2 - 1728 &= 0 \\ 3x^2 &= 1728 \\ x^2 &= \frac{1728}{3} \\ x^2 &= 576 \\ x &= \sqrt{576} \\ x &= \pm 24 \end{aligned}$$

ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

Son del tipo $ax^2 + bx + c = 0$ con $a \neq 0$

Cuando $b = 0$ ó $c = 0$, la ecuación se llama **incompleta** y se puede resolver de forma sencilla sin necesidad de aplicar la fórmula anterior.

- $ax^2 + bx = 0 \rightarrow x(ax + b) = 0$. Sus soluciones son $x = 0$, $x = -b/a$.

Ejemplo: Resuelve la ecuación de 2º grado:

$$4x^2 - 12x = 0$$

Las soluciones de la ecuación de 2º grado son:

$$x = 0 \quad y \quad x = 3$$

$$\begin{aligned} 4x^2 - 12x &= 0 \\ x(4x - 12) &= 0 \\ x = 0 \quad , \quad 4x - 12 &= 0 \\ x = 0 \quad , \quad x &= 3 \end{aligned}$$